

О МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КАЖУЩЕГОСЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ УСТАНОВКИ ШЛЮМБЕРЖЕ

Шестаков А.Ф. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. Получено выражение, определяющее напряженность переменного электрического поля для симметричной четырехполюсной установки Шлюмберже, расположенной на однородном проводящем полупространстве. Применительно к модульным измерениям напряженности электрического поля проведен анализ и построены графики отклонений реального значения удельного электрического сопротивления от приближенного, вычисляемого по формулам для постоянного тока, при различных параметрах установки, проводимости полупространства и частоты поля. Предложена альтернативная методика построения и использования соответствующих номограмм для корректировки приближенных значений кажущегося электросопротивления, вычисленных по формулам для стационарного электрического поля.

Электроразведка, метод сопротивлений, переменный ток, гармоническая зависимость, четырехполюсная установка Шлюмберже, кажущееся электросопротивление.

ABOUT THE TECHNIQUE OF DETERMINATION OF THE APPARENT RESISTANCE ON ALTERNATING CURRENT WITH APPLICATION OF SCHLUMBERGER DEVICE

Shestakov A.F. – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. The expression defining the tension of an alternating electric field for a four-pole Schlumberger device, situated on a uniform conducting half-space, is obtained. In relation to modular measurements of electric field strength the analysis is carried out and schedules of deviations of real value of specific electric resistance from the confidant found on formulas for a direct current at various parameters of the device, conductivity of a half-space and frequency of the field are constructed. The alternative technique of construction and use of the corresponding nomograms for correction of the approximate values of the seeming resistance calculated on formulas for stationary electric field is offered.

Electrical survey, resistivity method, alternating current, harmonic dependence, four-pole Schlumberger device, apparent resistance.

Введение

Хорошо известно, что классический метод сопротивлений на постоянном токе является одним из основных электроразведочных методов и широко используется в геоэлектрических исследованиях.

Несмотря на большие возможности метода при изучении геоэлектрического разреза среды, а также решении инженерно-геологических и геоэкологических задач, использование его модификации на переменном токе с гармонической зависимостью от времени открывает новые возможности по выявлению дополнительных параметров, отражающих электрофизические и петрофизические свойства среды.

К их числу относится прежде всего определение поляризуемости, ранее определяемой в методах вызванной поляриза-

ции (ВП), модификации ВЭЗ-ВП (см., например, Заборовский, 1963; Комаров, 1980) на постоянном токе, а также оценке поляризационных свойств среды в частотной области (в частности, дисперсии электросопротивления), характеризующих петрофизические особенности структуры среды, лежащих в основе разработки метода частотной дисперсии (Улитин, 1964; Улитин, Астраханцев, 1968; Гуревич и др., 1973; Астраханцев, Улитин, 1973; Кононенко и др., 1973).

Развитию метода сопротивлений на переменном токе способствовало совершенствование генераторной и измерительной электроразведочной аппаратуры на современной элементной базе с генерацией стабилизированного тока и помехозащищенной цифровой регистрацией полезного

сигнала в широком диапазоне частот.

Так, например, в применяемой ранее низкочастотной электроразведочной аппаратуре для кондуктивных методов АНЧ-3 (Вешев, 1980) использовалась только одна частота 4,88 Гц, которая позволяла успешно проводить измерения классическими методами зондирования и профилирования (Заборовский, 1963).

Разработанная позже в серийном исполнении аппаратура «ЭРА», «ЭРА-В-Знак» (производство НПО «Геологоразведка», С.-Петербург) и «ЭРП-1» (производство группы компаний «Логис-Геотех», Москва), кроме постоянного тока обеспечивала возможность использования режимов на низких 1,22; 2,44; 4,88 Гц и высокой 625 Гц (для серии «ЭРА») частот.

В современной серийной электроразведочной аппаратуре для методов сопротивлений, например, «ЭРА-МАКС» (Производство НПП «ЭРА», г. С.-Петербург), используется целый ряд частот от 1,22 до 2500 Гц с шагом удвоения частоты в низкочастотном и высокочастотном диапазонах (Аппаратура электроразведочная ..., 2008). Если диапазон низких частот расширяет возможности применения традиционных кондуктивных электроразведочных методов с гальваническими заземлениями, то использование повышенных частот позволяет развивать новые технологии проведения измерений полезного сигнала. В частности, использование высоких частот от 625 Гц стало успешно применяться в электроразведке методом бесконтактного электрического поля (БИЭП), разработанного Б.Г. Сапожниковым еще в прошлом веке (Сапожников, 1978; Электропрофилирование ..., 1985), но не нашедшего широкого применения из-за недостатка в те годы требуемой аппаратуры в серийном исполнении.

Расширенный частотный ряд позволяет более избирательно проводить электромагнитные (ЭМ) зондирования на заданных частотах в зависимости от характера решаемой задачи и эффективной глубины проникновения поля в землю. Так, например, в методе частотной дисперсии для надежного определения коэффициента поля-

ризуемости рекомендуется использовать частоты, отличающиеся одна от другой не менее чем в восемь раз (Кононенко и др., 1973). Менее жесткие требования возникают при оценке частотного эффекта или частотного процентного фактора PFF (Hallos, 1964; Комаров, 1980), который в принципе может быть рассчитан для разных пар частот, но его информативность оказывается более выраженной, когда используется их 10-кратное отличие, а измерения на высокой частоте еще не вызывают индукционных искажений полезного сигнала (Астраханцев и др., 1977; Гуревич и др., 1973).

Следует отметить, что использование метода сопротивлений на переменном токе требует специальной обработки данных, измеренных на высоких частотах, при определении кажущегося электросопротивления ρ_k , либо последующей корректировки его значений, вычисленных по формулам для стационарного возбуждения поля.

Один из способов такой корректировки был предложен А.В. Вешевым в конце прошлого века (Вешев, 1980), и он позволил учесть помехообразующее влияние индукции питающей линии в зависимости от параметров установки и частоты возбуждения ЭМ поля. Сравнительно недавно эта методика нашла применение в площадных геоэлектрических исследованиях методом срединного градиента (Ткачев, Хасанов, 2014).

В отдельных случаях и при определенных ограничениях можно обойтись без применения достаточно трудоемкой методики А.В. Вешева для корректировки значений ρ_k , вычисленных по формулам для постоянного тока.

Так, например, ранее было показано, что для трехполюсной установки Шлюмберже, расположенной на однородном проводящем полупространстве, структура выражения для электрической составляющей напряженности переменного ЭМ поля позволяет напрямую его использовать для определения кажущегося сопротивления на переменном токе (Шестаков, 2018). Достаточно простой аналитический вид

его аппроксимации для малого параметра позволил получить формулу вычисления ρ_k на переменном токе по модульным измерениям напряженности поля, которая учитывает помехообразующее влияние вклада в измеряемом сигнале, обусловленное частотной зависимостью мнимой компоненты.

В настоящей работе описанный выше подход распространен на случай применения четырехполюсной установки Шлюмберже (Заборовский, 1963), широко используемой в практике геоэлектрических исследований как при одиночных или профильных зондированиях, так и в площадном варианте метода срединного градиента. Кроме того, предложена альтернативная методика построения и использования соответствующих номограмм для корректировки приближенных значений кажущегося сопротивления, вычисленных по формулам для стационарного электрического поля. В отличие от (Шестаков, 2018) эта методика более унифицирована и не ограничивается случаем малого волнового параметра.

Постановка задачи и исходные данные

Рассмотрим прямолинейную симметричную четырехполюсную установку Шлюмберже с питающими электродами в точках A (+) и B (-), измерительными электродами в точках M и N . Начало координат отнесем к центру установки в точке O (рис. 1).

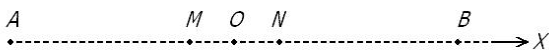


Рис. 1. Схема четырехполюсной установки

Тогда известная формула для вычисления кажущегося сопротивления при постоянном токе в кабеле (см., например, Заборовский, 1963) имеет вид:

$$\rho_k = \pi \frac{r_{AM} \cdot r_{AN}}{r_{MN}} \frac{\Delta U_{MN}}{I} \quad (1)$$

или

$$\rho_k = K \frac{\Delta U_{MN}}{I}, \quad (2)$$

где r_{AM} , r_{AN} — расстояния от точки питающего заземления A до точек измерения M и

N , равные соответствующим расстояниям r_{BN} , r_{BM} от точки питающего заземления B до точек измерения N и M , которые определяют коэффициент установки K ; r_{MN} — расстояние между приемными заземлениями M и N ; ΔU_{MN} — измеренная в MN разность потенциалов; I — сила тока в источнике.

Эта установка называется «предельной» установкой (Жданов, 1986) при достаточно малом расстоянии между приемными заземлениями, так что

$$\frac{\Delta U_{MN}}{r_{MN}} \approx E_{MN}, \quad (3)$$

где E_{MN} — составляющая напряженности электрического поля вдоль линии MN .

Тогда ρ_k может быть непосредственно выражено через напряженность электрического поля в центре установки (точке O), равноудаленной на расстояние r от источников A и B :

$$\rho_k = \pi r^2 \frac{E(r)}{I}. \quad (4)$$

Хорошо известно, что вычисленное по этой формуле значение ρ_k характеризует истинное удельное сопротивление зондируемой среды только для однородного полупространства, а в других случаях, в частности для слоистой или горизонтально неоднородной сред, ρ_k есть некоторая фиктивная величина, зависящая от геометрических размеров установки заземлений, структуры и электрофизических свойств среды (Заборовский, 1963).

В случае возбуждения среды переменным током с гармонической зависимостью от времени вида $\exp(\pm i\omega t)$, где ω — круговая частота, исходными данными являются измеренная напряженность переменного электрического поля E_ω или ее модуль $|E_\omega|$ в приемной линии MN , амплитудное значение силы тока I в питающем кабеле, а также коэффициент установки K , зависящий от местоположения питающих и приемных электродов.

По этим данным сначала определяется параметр ρ_ω по формуле, характерной для установок зондирования на постоянном токе:

$$\rho_{\omega} = K \frac{E_{\omega}}{I} \quad (5)$$

который лишь условно принимается за «кажущееся сопротивление» на переменном токе. При этом ρ_{ω} вовсе не характеризует истинное удельное сопротивление среды ρ в однородном полупространстве, в отличие от метода сопротивлений на постоянном токе.

Таким образом, возникает задача корректировки вычисленных значений ρ_{ω} по той или иной методике, чтобы оценить «эффективное» кажущееся сопротивление $\tilde{\rho}_k$ на переменном токе, вычисление которого представляет реальный практический интерес, поскольку оно характеризует удельное электросопротивление среды в однородном полупространстве (Вешев, 1980).

Расчеты и обсуждение результатов

Остановимся подробнее на выражении (4). Очевидно, что фиктивный характер величины ρ_{ω} , вычисленной по формуле для постоянного тока, обусловлен тем, что она выведена для четырехполюсной установки измерения стационарного электрического поля.

С другой стороны, математический формализм позволяет ее преобразовать к виду

$$E(r) = \rho \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1}{\sigma} \frac{I}{\pi r^2} \quad (6)$$

и трактовать как электрическое поле двух разнополярных точечных источников в однородном проводящем полупространстве с электропроводностью σ .

Поэтому, если иметь выражение, аналогичное (6), но для переменного электрического поля, то входящий в его параметр (ρ или $1/\sigma$) позволял бы определять в результате формулы обращения именно кажущееся сопротивление неоднородной среды $\tilde{\rho}_k$, реально совпадающее с удельным сопротивлением однородного полупространства.

Такое выражение можно получить исходя из результатов работы (Шестаков, 2016), в которой выведены формулы для

составляющих переменного ЭМ поля, возбуждаемого электрическим зарядом в однородном проводящем полупространстве с гармонической зависимостью от времени вида $\exp(-i\omega t)$.

Приведем выражение лишь для комплексной амплитуды \tilde{E}_x составляющей поля, пренебрегая токами смещения и полагая, что линия четырехполюсной установки Шлюмберже (см. рис. 1) ориентирована вдоль оси X декартовой системы координат $\{X, Y, Z\}$. Полагая, что заряды (точечные заземления питающих электродов) расположены на поверхности проводящего полупространства в точках $A(x_A, 0, 0)$ и $B(x_B, 0, 0)$, а расчет поля проводится в точке $O(x_O, 0, 0)$, совпадающей с началом координат, это выражение значительно упрощается: для заряда в точке A :

$$\tilde{E}_x|_A = \frac{I}{4\pi\sigma} \left[-2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\exp(ikr)}{r} \right) - \frac{ikx_A}{R_A^2} + \frac{ikx_A}{R_A^2} \exp(ikR_A) \right], \quad (7)$$

для заряда в точке B :

$$\tilde{E}_x|_B = \frac{I}{4\pi\sigma} \left[-2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\exp(ikr)}{r} \right) - \frac{ikx_B}{R_B^2} + \frac{ikx_B}{R_B^2} \exp(ikR_B) \right],$$

где $R_A = \sqrt{(x_A - x_O)^2} = R_B = \sqrt{(x_B - x_O)^2} = r$, $k = \sqrt{i\omega\sigma\mu}$ – волновое число в квазистационарном приближении; μ – магнитная проницаемость среды; I – амплитудное значение силы тока в источнике; остальные величины сохраняют прежние значения.

В результате принципа суперпозиции поля от двух источников, с учетом того что $x_A = -r$, $x_B = r$, находим окончательное выражение для комплексной амплитуды E_x -составляющей электрического поля, возбуждаемого в гармоническом режиме с круговой частотой ω точечны-

ми питающими заземлениями в четырехполюсной симметричной установке Шлюмберже:

$$\tilde{E}_{x\omega}(r) = \frac{I}{\pi\sigma} \frac{1}{r^2} \exp(ikr). \quad (8)$$

При $\omega \rightarrow 0$ из (8) следует известная формула для вычисления напряженности стационарного поля, возбуждаемого той же установкой в однородном проводящем полупространстве (см., например, Жданов, 1986).

Существенным отличием этого выражения от (5) является то, что входящая в него величина электропроводности (а следовательно и обратная к ней величина электросопротивления) характеризуют материальные электрофизические параметры модели среды, что при практической обработке данных зондирования неоднородной среды с применением (8) позволит определить искомую величину кажущегося сопротивления на переменном токе $\tilde{\rho}_k$.

Из (7) также видно, что напряженность электрического поля зависит не только напрямую от электрофизических свойств среды, но также и косвенно – от безразмерного волнового параметра $\xi = |kr|$, что является характерной особенностью электромагнитных зондирований на переменном токе (Вешев, 1980).

Учитывая, что современная серийная электроразведочная аппаратура для кондуктивных методов не позволяет в большинстве случаев осуществлять производство фазовых измерений, из выражения (8) можно получить его соответствующий аналог для модульной составляющей поля:

$$|\tilde{E}_{x\omega}(r)| = \frac{I\tilde{\rho}}{\pi} \frac{1}{r^2} \exp\left(\sqrt{\sigma\omega\mu} \cdot r \cdot \cos\frac{3\pi}{4}\right). \quad (9)$$

Обозначим ρ_ω – электрическое сопротивление среды, вычисленное по формуле для постоянного тока для измеренной составляющей $|\tilde{E}_{x\omega}(r)|$ на переменном токе, т. е.

$$\rho_\omega = \frac{\pi r^2}{I} |\tilde{E}_{x\omega}(r)|. \quad (10)$$

Тогда из (9) следует выражение, определяющее удельное электрическое сопротивление

однородного проводящего полупространства ρ или кажущееся сопротивление неоднородной среды $\tilde{\rho}_k$, определяемое при зондировании на переменном токе с использованием четырехэлектродной симметричной установки Шлюмберже:

$$\tilde{\rho} = \rho_\omega \exp\left(\sqrt{\sigma\omega\mu} \cdot r \cdot \cos\frac{\pi}{4}\right), \quad (11)$$

Таким образом, отличие точного от приближенного вычисления электросопротивления характеризуется экспоненциальной монотонной зависимостью как непосредственно от частоты поля, полуразноса установки, так и параметрически от безразмерного волнового параметра $\xi = |kr| = r\sqrt{\sigma\omega\mu}$.

Анализируя (9)–(11) можно отметить, что вычисленное значение кажущегося сопротивления по формуле для постоянного тока определяется с большей погрешностью для зондируемых областей повышенной электропроводности среды при прочих равных условиях (фиксированная частота тока и размеры установки). В качестве примера на рис. 2 (цветная вкладка) приведены графики относительных значений $\rho_{\text{отн}} = \rho/\rho_\omega$ при увеличении полуразноса установки r от 10 до 100 м при различном отношении f/ρ , принятом в качестве шифра кривых, где $f = \omega/2\pi$ – циклическая частота переменного поля.

В работе (Вешев, 1980) приведен анализ выражений для элементов ЭМ поля заземленного электрического диполя и кабеля конечной длины, где показано, что «по значению ξ возможно определять только отношение ρ_ω/ρ для однородной или ρ_ω/ρ_{\sim} для неоднородной среды, а по ним, зная ρ_ω/ρ , значения ρ или ρ_{\sim} ». Такая последовательность предусматривает предварительное построение соответствующих номограмм, определяющих искомые величины по измеряемым составляющим электрического поля при кондуктивных электроразведках.

О методике построения номограмм

В настоящей работе рассмотрен альтернативный порядок построения номограммы применительно к данным электри-

ческих зондирований на переменном токе с использованием четырехэлектродной симметричной установки Шлюмберже.

Сначала по заданным значениям $\xi = r\sqrt{\sigma\omega\mu}$ вычисляется выражение

$$\frac{\rho}{\rho_\omega} = \exp\left(\sqrt{\sigma\omega\mu} \cdot r \cdot \cos\frac{\pi}{4}\right) \quad (12)$$

и отношение

$$\frac{r^2 f}{\rho} = r^2 \frac{\omega}{2\pi} \sigma = \frac{|kr|^2}{2\pi\mu} \quad (13)$$

Затем $r^2 \cdot f/\rho$ умножается на соответствующее значение ρ/ρ_ω , в результате чего возникает функциональная зависимость

$F = |k_\omega r|^2 / 2\pi\mu$, где $|k_\omega r| = \sqrt{\omega\mu\sigma_\omega}$ – приближенное значение волнового числа, определяемое по вычисленному значению электропроводности среды $\sigma_\omega = 1/\rho_\omega$ по формуле для постоянного тока (10).

С другой стороны, само численное значение F определяется выражением

$$F = \frac{r^2 f}{\rho} \frac{\rho}{\rho_\omega} = \frac{r^2 f}{\rho} \exp\left(\sqrt{\sigma\omega\mu} \cdot r \cdot \cos\frac{\pi}{4}\right) = \frac{|kr|^2}{2\pi\mu} \exp\left(|kr| \cdot \cos\frac{\pi}{4}\right), \quad (14)$$

где k – реальное значение волнового числа, зависящее от материальных параметров среды. В результате устанавливается прямое соответствие между приближенным и точными значениями волнового параметра

$$|k_\omega r| = |kr| \cdot \sqrt{\exp\left(|kr| \cdot \cos\frac{\pi}{4}\right)}, \quad (15)$$

которое участвует в дальнейшем построении номограммы.

Заметим, что описанный порядок построения номограммы, использующий отношение (13), которое связано с численными значениями оси абсцисс, позволяет проследить изменение функции от очень малых значений волнового параметра $\xi = |kr| = r\sqrt{\sigma\omega\mu}$, или от возрастания полуразноса установки (при фиксированной частоте), что является более удобным, чем в методике построения Вешева (использующей обратное отношение $\rho/r^2 f$).

В качестве примера приведем номограмму (рис. 3, цветная вкладка), рассчитанную по описанной выше методике, для корректировки модуля электрического числа $|e_x| = \rho_\omega/\rho$, по величине которого с учетом полученного из (10) приближенного значения ρ_ω можно определить искомую величину кажущегося электросопротивления.

Приведенные кривые рассчитаны для типичных значений отношения f/ρ и полуразноса установки r , наиболее характерных для малоглубинных геоэлектрических исследований.

Порядок использования номограмм состоит в следующем. В каждом пункте зондирования, по заданным значениям r, f и вычисленной из (10) величине ρ_ω сначала находится точка на соответствующей ориентировочной кривой, с которой соотносится точное значение $|k_\omega r|$, а значит и $|k_\omega|$. Затем с учетом (13) находится отношение

$$\frac{f}{\rho_\omega} = \frac{|k_\omega r|^2}{2\pi\mu} \frac{1}{r^2} = \frac{|k_\omega|^2}{2\pi\mu}, \quad (16)$$

позволяющее установить выбор ближайшей кривой согласно полученному значению, а по заданной величине r конкретизируется местоположение точки на этой кривой, определяющей значение ρ_ω/ρ на оси ординат, из которого далее находится точная величина кажущегося электросопротивления.

Из рис. 2 (цветная вкладка) видно, что погрешность использования приближенной формулы (5) для расчета электрического сопротивления увеличивается с ростом отношения f/ρ и на практике может достигать очень значительных величин. Это влечет за собой появление в разрезе ρ_ω ложных аномалий и как следствие может привести к неверному геологическому истолкованию результатов интерпретации даже на одной частоте.

В тех методах, где используются многочастотные измерения, например, методе частотной дисперсии (Кононенко и др., 1973), погрешность в вычислении кажущегося ρ_ω по формуле для постоянного тока также приведет к ошибочному определению

нию коэффициента частотной дисперсии, либо частотного эффекта (процентного частотного фактора) и неадекватной оценке поляризационных свойств зондируемой области геосреды.

Выводы и заключение

1. Из полученного ранее решения задачи об электрическом заряде в однородном проводящем полупространстве с гармонической зависимостью от времени выведено аналитическое выражение для электрической составляющей напряженности переменного ЭМ поля, возбуждаемого точечными заземлениями в симметричной четырехэлектродной установке Шлюмберже, применяемой в электроразведочных методах исследования.

2. Применительно к модульным измерениям напряженности электрического поля проведен анализ и построены графики отклонений реального значения удельного электрического сопротивления от приближенного, вычисляемого по формулам для постоянного тока, при различных параметрах установки, проводимости полупространства и частоты поля.

3. Предложена альтернативная методика построения и использования соответствующих номограмм для корректировки приближенных значений кажущегося электросопротивления, вычисленных по формулам для стационарного электрического поля.

Полученные результаты и альтернативная методика могут найти применение при обработке данных кондуктивных электроразведочных зондирований на переменном токе, для корректного истолкования частотного эффекта и оценке поляризационных свойств среды, в частности при проведении исследований методом частотной дисперсии

Литература

Аппаратура электроразведочная для методов сопротивлений и естественного поля «ERA-MAX». С-Пб., 2008. 27 с.

Астраханцев Г.В., Улитин Р.В. Феноменологические соотношения при вызванной поляризации электропроводящих минералов // Фазовые и амплитудные измерения

вызванной поляризации на рудных месторождениях. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1973. С. 18–22.

Астраханцев Г.В., Улитин Р.В., Гаверилова И.Э., Далатказин Ш.А. Методика и результаты изучения частотных характеристик кажущегося электрического сопротивления горных пород. Феноменологические соотношения при вызванной поляризации электропроводящих минералов // Электрометрические исследования при поисках и разведке рудных месторождений. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1977. С. 78–83.

Вешев А.В. Электропрофилирование на постоянном и переменном токе. Л.: Недра, 1980. 391 с.

Гуревич Ю.М., Кормильцев В.В., Улитин Р.В. Физико-теоретические основы метода вызванной поляризации на переменном токе // Фазовые и амплитудные измерения вызванной поляризации на рудных месторождениях. Сб. статей. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1973. С. 35–55.

Жданов М.С. Электроразведка: Учебник для вузов. М.: Недра, 1986. 316 с.

Заборовский А.И. Электроразведка. М.: Гостоптехиздат, 1963. 424 с.

Кононенко И.И., Родионов П.Ф., Улитин Р.В., Человечков А.И. Методика и техника полевых работ и камеральной обработки в методе ВП на переменном токе // Фазовые и амплитудные измерения вызванной поляризации на рудных месторождениях. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1973. С. 71–85.

Комаров В.А. Электроразведка методом вызванной поляризации. Изд. 2-е, перераб. и доп. Л.: Недра, 1980. 391 с.

Сапожников Б.Г. Опыт наблюдения составляющих электрического поля в воздухе при электропрофилировании на переменном токе. Л.: НПО «Геофизика», 1978. 24 с.

Ткачев А.В., Хасанов И.М. Учет влияния электромагнитной индукции питающей линии на результаты измерений методом частотной дисперсии с установкой среднего градиента // Геофизика. 2014. № 4. С. 74–79.

Улитин Р.В. О поляризуемости пород с вкрапленностью электронно-проводящих

минералов на переменном токе // Применение метода вызванной поляризации при поисках рудных месторождений. М.: Недра, 1964. С. 141–145.

Улитин Р.В., Астраханцев Р.В. О частотной дисперсии электрического сопротивления и поляризуемости горных пород // Электрометрия при поисках сульфидных месторождений. Труды Института геофизики УФАН СССР. Свердловск, 1968. С. 49–54.

Шестаков А.Ф. Задача об электрическом заряде в однородном проводящем полупространстве с гармонической зависимостью от времени // Уральский геофизический вестник. 2016. № 1(27). С. 58–69.

Шестаков А.Ф. К вопросу об использовании метода сопротивлений на переменном токе // Уральский геофизический вестник 2018. № 1(31). С. 42–48.

Электропрофилирование с незаземленными рабочими линиями / Составители: А.С. Нахабцев, Б.Г. Сапожников, А.И. Яблучанский. Л.: Недра, 1985. 96 с.

Hallof P.G. A comparison of the various parameters employed in the variable-frequency induce-polarization method // Geophysics. 1964. V. 29. N 3. P. 425–433.