

## ИЗУЧЕНИЕ ХАРАКТЕРА РАЗВИТИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ

*Беликов В.Т., Рывкин Д.Г.* – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

**Аннотация.** С использованием данных о временных изменениях структурных характеристик разрушающегося образца бетона, полученных в результате количественной интерпретации экспериментального материала по наблюдениям сигналов акустической эмиссии, на основе анализа уравнения энергетического баланса, изучены условия реализации возможных режимов развития процесса разрушения.

*Акустическая эмиссия, пористость, удельная внутренняя поверхность, режим развития процессов разрушения.*

### STUDY THE CHARACTER OF DESTRUCTION PROCESSES IN SOLID WITH THE USE THE RESULTS OF OBSERVATION OF ACOUSTIC EMISSION

*Belikov V.T., Ryvkin D.G.* – Institute of Geophysics UB RAS, Yekaterinburg

**Abstract.** Using data on temporary changes to the structural characteristics of the crumbling concrete sample derived from a quantitative interpretation of the experimental data on the observation of acoustic emission signals, based on the analysis of the energy balance equation, are studied the conditions of implementation of the possible regime of failure process.

*Acoustic emission, porosity, specific internal surface, regime of development of processes destruction.*

#### **Введение**

С появлением работ по кинетической теории прочности твердых тел (Регель и др., 1974) стало ясно, что разрушение представляет собой сложный, разворачивающийся во времени физический процесс, по мере развития которого происходит глубокое и необратимое преобразование материала. При этом было показано, что прочность уже не является константой материала, а развитие деструктивных процессов в твердом теле носит не монотонный характер. В связи с этим, возникает очень важная проблема, касающаяся изучения условий реализации того или иного режима развития процессов разрушения. Для ее решения, разрушающееся твердое тело в рамках континуального подхода целесообразно рассматривать как гетерогенную среду, одной из фаз которой является трещинная (Беликов, Шестаков, 2008). В такой постановке объектом изучения будет вся область, где развиваются процессы разрушения, с такими изменяющимися структурными характеристиками, как доля объема, занимаемая трещинами и порами

(пористость), а также поверхность трещин, рассчитанная на единицу объема, – удельная внутренняя поверхность (УВП). Существующие данные говорят о том, что процесс разрушения проходит различные этапы, становление и развитие которых тесно связано с соотношением между составляющими баланса полной (объемной и поверхностной) энергии разрушающегося твердого тела, а также характером временных изменений его структурных характеристик. Возможность определять условия реализации каждого из этапов, а также умение прогнозировать их наступление, позволит более полно исследовать и контролировать развитие процессов разрушения твердого тела. Информация о временных изменениях структурных характеристик среды может быть получена в результате анализа экспериментальных данных по индикаторам процессов разрушения, одним из которых является акустическая эмиссия (АЭ). Важно отметить при этом, что для изучения временных изменений структурных характеристик разрушающегося твердого тела необходимо использовать так назы-

ваемую дискретную АЭ, появление которой обусловлено возникновением и развитием макроскопических дефектов в материале (Грешников, Дробот, 1976; Баранов, 1990). Если область, где развиваются процессы разрушения, рассматривать как гетерогенную среду, состоящую, по крайней мере, из двух фаз: твердой и трещинной (газообразной), то источником дискретной АЭ будут в данном случае колеблющиеся межфазные поверхности, разделяющие трещинное пространство и твердую фазу. Для проведения количественной интерпретации результатов наблюдений АЭ необходимо иметь уравнения, связывающие характеристики ее сигналов с параметрами источников. Такие соотношения могут быть получены как следствие разработанных физических моделей возникновения АЭ. Физико-математическая модель для описания процессов АЭ была предложена в (Алейников и др., 1992; 1993). Там же были получены соотношения, характеризующие функциональные связи между структурными характеристиками материала и параметрами сигналов АЭ. Зависимость амплитудно-частотного (АЧ) спектра АЭ от структурных и физических характеристик разрушающегося твердого тела была изучена в работах (Беликов, 2008; 2010). В дальнейшем была разработана обобщенная количественная физическая модель для описания процессов АЭ, а также рассмотрены основные этапы процедуры восстановления параметров среды по результатам ее наблюдений (Беликов, Рывкин, 2015а). Если имеются данные по АЧ спектрам АЭ, зафиксированным в различные моменты времени, их количественная интерпретация позволит исследовать особенности временных изменений структурных параметров твердого тела по мере развития процессов разрушения. В работах (Niccolini et al., 2010; Schiavi et al., 2011) проводились наблюдения сигналов АЭ при одноосном нагружении образца бетона, вплоть до его разрушения. По результатам экспериментов строились АЧ спектры АЭ для различных моментов времени. Цифровые данные по двум из них, любезно пре-

доставленные нам одним из авторов, доктором А. Schiavi, использованы в данной работе для изучения характера временных изменений структурных характеристик образца бетона в процессе разрушения. Насколько нам известно, подобного рода эксперименты для горных пород не проводились. Вместе с тем, необходимо отметить, что структурные особенности бетона и горных пород во многом схожи. Поэтому выявленные в данной работе основные закономерности характера развития процессов разрушения в образце бетона, в той или иной степени, будут справедливы и для горных пород.

Таким образом, целью настоящей работы является изучение условий реализации возможных режимов развития процесса разрушения на основе анализа уравнения энергетического баланса, с привлечением данных об особенностях временных изменений структурных характеристик разрушающегося образца бетона, полученных в результате количественной интерпретации экспериментального материала по наблюдениям АЭ.

### ***Постановка задачи и основные уравнения***

Если считать разрушающееся твердое тело гетерогенным и трактовать процесс разрушения как фазовый переход первого рода (Беликов, Шестаков, 2008), то для изучения развития процессов разрушения в пространстве и времени можно использовать уравнения, описывающие процессы теплопереноса в гетерогенной среде, учтя при этом в общем балансе энергии также и поверхностную ее часть. Соответствующая модель и система осредненных (по объему с характерными размерами много большими характерного размера фаз) уравнений были рассмотрены в работе (Беликов, 1991).

Уравнение баланса импульса гетерогенной среды, полученное суммированием соответствующих соотношений для каждой из фаз, в пренебрежении фазовыми переходами и диссипативными процессами, имеет вид (Алейников и др., 1992; 1993)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_i v_k - \sigma_{ik}) - \frac{1}{V} \sum_{\alpha} \int_{\sum_{\substack{\beta \\ \alpha \neq \beta}} S_{\alpha\beta}} \sigma'_{ik} n_k^{\alpha} dS = 0 \quad (1)$$

При выводе уравнения (1) предполагалось, что относительные (по отношению к центру масс) скорости движения фаз малы по сравнению с самими скоростями. Обозначения в (1) следующие:

$\rho = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha}$  – плотность гетерогенной среды,

$\rho_{\alpha} = 1/V \int_V \rho'_{\alpha} dV$  – осредненная плотность

произвольной  $\alpha$ -ой фазы;

$v_i$  –  $i$ -я компонента осредненной средне-массовой скорости среды, определяемая из соотношения

$\rho v_i = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} v_i^{\alpha}$ , где  $v_i^{\alpha} = 1/V_{\alpha} \int_V v_i^{\alpha} dV$  – осре-

дненная скорость  $\alpha$ -ой фазы;

$\sigma_{ik} = \sum_{\alpha} \sigma_{ik}^{\alpha} \varphi_{\alpha}$  – тензор упругих напряжений

в среде,  $\sigma_{ik}^{\alpha} = 1/V_{\alpha} \int_V \sigma'_{ik} dV$  – осредненный

тензор напряжений в  $\alpha$ -ой фазе,  $\varphi_{\alpha} = V_{\alpha} / V$  – доля объема, занимаемая  $\alpha$ -ой фазой,  $V$  – величина объема осреднения,  $V_{\alpha}$  – объем, занимаемый  $\alpha$ -ой фазой в пределах объема осреднения  $V$ ,  $\rho'_{\alpha}$ ,  $v_i^{\alpha}$  и  $\sigma'_{ik}$  – плотность, скорость и тензор упругих напряжений в точке, находящейся в пределах  $\alpha$ -ой фазы (Беликов, 1991; Алейников и др., 1992; 1993);

$S_{\alpha\beta}$  – межфазная поверхность (граница) между  $\alpha$ -ой и  $\beta$ -ой фазами гетерогенной среды, которую мы будем считать гладкой;

$n_k^{\alpha}$  – вектор нормали, внешней по отношению к  $\alpha$ -ой фазе.

Для долей объема  $\varphi_{\alpha}$  справедливо соотношение  $\sum_{\alpha} \varphi_{\alpha} = 1$ .

Последнее слагаемое слева в (1) является специфическим для гетерогенной среды и описывает величину импульса, генерируемого в единицу времени ее ускорен-

но движущимися (колеблющимися) межфазными поверхностями. Это слагаемое можно преобразовать, если считать, что осредненный по  $\alpha$ -ой фазе тензор напряжений  $\sigma_{ik}^{\alpha}$  с точностью до малых более высокого порядка совпадает с его средним значением на межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$ . Тогда соотношение (1) примет вид (Алейников и др., 1992; 1993)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_i v_k - \sigma_{ik}) - \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \Delta \sigma_{ik}^{\alpha\beta} \tilde{n}_k^{\alpha} \Omega_{\alpha\beta} = 0, \quad (2)$$

где  $\Delta \sigma_{ik}^{\alpha\beta} = \sigma_{ik}^{\alpha} - \sigma_{ik}^{\beta}$  – разность осредненных по соответствующей фазе тензоров упругих напряжений;

$\tilde{n}_k^{\alpha} = 1/(V \Omega_{\alpha\beta}) \int_{S_{\alpha\beta}} n_k^{\alpha} dS$  – осредненный (по  $S_{\alpha\beta}$ )

вектор нормали, внешней по отношению к  $\alpha$ -ой фазе;

$\Omega_{\alpha\beta} = S_{\alpha\beta} / V$  – УВП, соответствующая межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$ .

Из соотношения (2) может быть получено уравнение, описывающие процесс распространения продольных и поперечных упругих волн в гетерогенном твердом теле (Алейников и др., 1992; 1993)

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - c_l^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} - (c_l^2 - c_t^2) \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_i \partial x_m} = A_i, \quad (3)$$

где  $u_i$  –  $i$ -я компонента смещения;  $c_l$  – скорость продольных волн;  $c_t$  – скорость поперечных волн. Функция источника  $A_i$ , описывающая процессы генерации АЭ, вызванной колебанием межфазных поверхностей, может быть записана следующим образом (Алейников и др., 1992; 1993; Беликов, 2008; 2010; Беликов, Рывкин, 2015а)

$$A_i = \frac{1}{2\rho} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \Delta \sigma_{ik}^{\alpha\beta} \tilde{n}_k^{\alpha} \Omega_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} v_{\alpha\beta}^2 L_i^{\alpha\beta}, \quad (4)$$

где  $v_{\alpha\beta}$  – частота АЭ, соответствующая колебаниям межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$  между  $\alpha$ -ой и  $\beta$ -ой фазами гетерогенной среды, определяемая так (Беликов, 2008; 2010; Беликов, Рывкин, 2014; 2015а)

$$v_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{\Delta\sigma_{\alpha\beta}\Omega_{\alpha\beta}}{\rho L^{\alpha\beta}}}. \quad (5)$$

Обозначения в (4–5) следующие:  
 $L_i^{\alpha\beta} = L^{\alpha\beta} e_i^{\alpha\beta}$ ,  $L^{\alpha\beta}$  – осредненная (по  $S_{\alpha\beta}$ ) амплитуда колебаний межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$ ,  $e_i^{\alpha\beta}$  – единичный вектор в направлении силы, действующей на единицу площади межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$ ;

$$\Delta\sigma_{\alpha\beta} = \left| \Delta\sigma_{ik}^{\alpha\beta} \tilde{n}_k^\alpha \right| = \left| (\sigma_{ik}^\alpha - \sigma_{ik}^\beta) \tilde{n}_k^\alpha \right|$$
 – модуль

осредненного вектора этой силы. Параметр  $\Delta\sigma_{\alpha\beta}$  мы будем называть в дальнейшем осредненной разностью упругих напряжений на межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$ . Минимальное значение  $\Delta\sigma_{\alpha\beta}$  принимает при равновесии. Тогда величина  $\Delta\sigma_{\alpha\beta}$  определяется физическими свойствами межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$  и ее кривизной. В общем случае работа, производимая разностью упругих напряжений на границе фаз  $\Delta\sigma_{\alpha\beta}$ , тратится на изменение поверхностной энергии и акустическое излучение. Таким образом, когда на поверхности  $S_{\alpha\beta}$  отсутствует равновесие, величина  $\Delta\sigma_{\alpha\beta}$  превышает ее минимальное значение. Будем предполагать, что в процессе генерации АЭ межфазная поверхность  $S_{\alpha\beta}$  слабо отклоняется от положения равновесия. Тогда ее изменение, а, следовательно, и изменение поверхностной энергии мало. В этом приближении работа разности упругих напряжений на границе фаз фактически полностью расходуется на акустическое излучение, а величина  $\Delta\sigma_{\alpha\beta}$  практически совпадает с ее равновесным значением (Беликов, Рывкин, 2015а,б). С использованием (4–5) последнее слагаемое слева в (2) можно выразить через частоту  $v_{\alpha\beta}$  и амплитуду  $L^{\alpha\beta}$ . Тогда уравнение (2) примет следующий вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_i v_k - \sigma_{ik}) - \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} v_{\alpha\beta}^2 \rho L^{\alpha\beta} e_i^{\alpha\beta} = 0. \quad (6)$$

Рассмотрим соотношения, описывающие баланс энергии гетерогенной среды. Без учета фазовых переходов и диссипативных процессов, в предположении теп-

лового равновесия между фазами и при тех же допущениях об их относительных скоростях, что и в (1), осредненное уравнение для объемной части энергии всей среды, полученное суммированием соответствующих соотношений для каждой из фаз, может быть записано в виде (Беликов, 1991; Алейников и др., 1992; 1993)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i \varepsilon - \sigma_{ik} v_k + J_i) - \frac{1}{V} \sum_{\alpha} \int_{\sum_{\substack{\beta \\ \alpha \neq \beta}} S_{\alpha\beta}} \sigma_{ik}^{\prime\alpha} v_k^{\prime\alpha} n_i^{\alpha} dS = 0, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  – рассчитанная на единицу массы осредненная внутренняя и кинетическая энергия всей гетерогенной среды, определяемая так:

$\rho\varepsilon = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}$ ,  $\varepsilon_{\alpha} = E_{\alpha} + v^{\alpha 2} / 2$  – осредненная энергия  $\alpha$ -ой фазы,  $E_{\alpha}$  – ее осредненная внутренняя энергия;

$J_i = \sum_{\alpha} J_i^{\alpha}$  – полный кондуктивный поток

тепла в среде,  $J_i^{\alpha}$  – осредненный кондуктивный поток тепла в  $\alpha$ -ой фазе. Последнее слагаемое слева в (7), появление которого связано со специфическими особенностями гетерогенной среды, представляет собой энергию (рассчитанную на единицу объема), излучаемую в единицу времени в виде упругих волн колеблющимися межфазными поверхностями, выведенными из равновесия. Это слагаемое можно преобразовать, предполагая, что  $\sigma_{ik}^{\alpha}$  и  $v_i^{\alpha}$ , с точностью до малых более высокого порядка, совпадают с их средними значениями на межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$ , а также учитывая, что на  $S_{\alpha\beta}$   $v_i^{\alpha} = v_i^{\beta}$ .

Тогда (7) примет следующий вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i \varepsilon - \sigma_{ik} v_k + J_i) - \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \Delta\sigma_{ik}^{\alpha\beta} v_k^{\alpha} \tilde{n}_i^{\alpha} \Omega_{\alpha\beta} = 0. \quad (8)$$

С использованием выражения (5) для частоты  $v_{\alpha\beta}$ , последнее слагаемое слева в (8) может быть записано так

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \Delta \sigma_{ik}^{\alpha\beta} v_k^{\alpha} \tilde{n}_i^{\alpha} \Omega_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \Delta \sigma_{ik}^{\alpha\beta} \tilde{n}_k^{\alpha} v_i^{\alpha} \Omega_{\alpha\beta} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} |\Delta \sigma_{ik}^{\alpha\beta} \tilde{n}_k^{\alpha}| e_i^{\alpha\beta} v_i^{\alpha} \Omega_{\alpha\beta} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \frac{\Delta \sigma_{\alpha\beta} \Omega_{\alpha\beta}}{\rho L^{\alpha\beta}} \rho L^{\alpha\beta} e_i^{\alpha\beta} v_i^{\alpha} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} v_{\alpha\beta}^2 \rho L^{\alpha\beta} e_i^{\alpha\beta} v_i^{\alpha}. \end{aligned} \quad (9)$$

При выводе соотношения (9) было использовано свойство симметрии осредненного тензора упругих напряжений. Чтобы получить уравнение для полной энергии гетерогенной среды, к соотношению (8) необходимо прибавить уравнение для ее поверхностной энергии, которое имеет вид (Беликов, Шестаков, 2008)

$$\frac{dE_{\Omega}}{dt} = \gamma \mu \Omega, \quad (10)$$

где  $E_{\Omega}$  – поверхностная энергия гетерогенной среды, рассчитанная на единицу объема;  $\mu$  – средневзвешенный по межфазным поверхностям коэффициент поверхностного натяжения, который может быть определен следующим образом  $\mu = (\sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \mu_{\alpha\beta} \Omega_{\alpha\beta}) / 2\Omega$ ,

$\mu_{\alpha\beta}$  – коэффициент поверхностного натяжения на межфазной поверхности  $S_{\alpha\beta}$ , который мы считаем постоянным;  $\Omega$  – общая УВП гетерогенной среды, определяемая так  $\Omega = 1/2 \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \Omega_{\alpha\beta}$ ,  $\gamma$  – структурный параметр,

характеризующий скорость относительного изменения УВП  $\Omega$  при движении межфазных границ,  $\gamma = (\sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} \gamma_{\alpha\beta} \Omega_{\alpha\beta}) / 2\Omega$ ,

$\gamma_{\alpha\beta}$  – параметр, описывающий скорость относительного изменения  $\Omega_{\alpha\beta}$ . Отметим, что коэффициент поверхностного натяжения  $\mu_{\alpha\beta}$  представляет собой свободную поверхностную энергию, рассчитанную на единицу площади (Беликов, Шестаков, 2008). Суммируя (8) и (10), а также считая скорости деформации малыми, с учетом (9), уравнение баланса полной (объемной и по-

верхностной) энергии гетерогенной среды можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon + E_{\Omega}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i \varepsilon - \sigma_{ik} v_k + J_i) - \\ - \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha, \beta \\ \alpha \neq \beta}} v_{\alpha\beta}^2 \rho L^{\alpha\beta} e_i^{\alpha\beta} v_i^{\alpha} - \gamma \mu \Omega = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Последнее слагаемое слева в (11) описывает скорость изменения поверхностной энергии гетерогенной среды.

Если мы изучаем разрушающийся образец бетона, предложенную выше модель необходимо конкретизировать. Для этого материал образца бетона следует рассматривать как двухфазную гетерогенную среду, состоящую из твердой фазы – «1», которую будем считать гомогенной, и газообразной (трещинной) фазы – «2», представляющей собой пространство пор и трещин, в общем случае заполненных газообразным флюидом. Указанные фазы разделены единственной межфазной поверхностью  $S_{12}$ , которой соответствует УВП  $\Omega_{12}$ . Для такой среды уравнение баланса импульса (6) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho v_i v_k - \sigma_{ik}) - v_{12}^2 \rho L^{(12)} e_i^{(12)} = 0. \quad (12)$$

Здесь и далее индексы фаз, стоящие сверху (чтобы не путать их со степенями), будем заключать в скобки. Если пренебречь плотностью газообразной фазы по сравнению с плотностью твердого тела и считать ее покоящейся ( $v_i^{(2)} = 0$ ),  $\rho = \rho_1$ , а  $v_i = v_i^{(1)}$ .

Пренебрегая давлением газа в порах и трещинах, получим, что  $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(1)} \varphi_1$ . Если при этом доля объема, занимаемая фазой «2»  $\varphi_2 \ll 1$ , то  $\varphi_1 \approx 1$  и тогда  $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(1)}$ .

Уравнение баланса полной (объемной и поверхностной) энергии разрушающегося образца бетона, в соответствии с (11), можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon + E_{\Omega}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i \varepsilon - \sigma_{ik} v_k + J_i) - \\ - v_{12}^2 \rho L^{(12)} e_i^{(12)} v_i^{(1)} - \gamma_{12} \mu_{12} \Omega_{12} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

При выводе (13) мы учли, что в случае двухфазной среды, в (10)  $\Omega = \Omega_{12}$ ,  $\gamma = \gamma_{12}$ ,  $\mu = \mu_{12}$  – коэффициенту поверхностного натяжения на межфазной границе  $S_{12}$ , а кроме того, в соответствии с (5), ввели обозначение для частоты АЭ, возникающей при разрушении образца бетона (Беликов, 2010; Беликов, Рывкин, 2010; 2015а,б)

$$v_{12} = \sqrt{\frac{\Delta\sigma_{12}\Omega_{12}}{\rho L^{(12)}}}. \quad (14)$$

Формула (14) устанавливает связь между параметрами АЧ спектра АЭ ( $v_{12}$  и  $L^{(12)}$ ), а также структурной и динамической характеристиками материала ( $\Omega_{12}$  и  $\Delta\sigma_{12}$ ). Если пренебречь кондуктивной теплопроводностью и энергией газообразной фазы по сравнению с соответствующими величинами для твердой фазы, то в уравнении (13)  $J_i = J^{(1)}$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_1$ , а кроме того, как и в (12)  $\rho = \rho_1$ ,  $v_i = v_i^{(1)}$ ,  $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(1)}$ .

В квазистационарном случае, в пренебрежении квадратичными по скоростям членами, уравнение баланса импульса (12) может быть записано так

$$\frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_k} + v_{12}^2\rho L^{(12)}e_i^{(12)} = 0, \quad (15)$$

а выражение для баланса полной энергии (13), если пренебречь конвективным потоком энергии и кондуктивной теплопроводностью образца бетона, можно переписать следующим образом

$$v_k \frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_i} + \sigma_{ik} \frac{\partial v_k}{\partial x_i} + C_{AЭ} + C_{\Omega} = 0, \quad (16)$$

где  $C_{AЭ} = v_{12}^2\rho L^{(12)}e_i^{(12)}v_i^{(1)}$  – энергия АЭ, излученная в единицу времени единичным объемом разрушающегося образца бетона;  $C_{\Omega} = \gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12}$  – скорость изменения поверхностной энергии единицы объема образца бетона. Так как  $v_i = v_i^{(1)}$ , то в соответствии с (15), а также учитывая симметрию тензора упругих напряжений  $\sigma_{ik}$ , можем записать

$$\begin{aligned} v_k \frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_i} &= v_i \frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_k} = v_i^{(1)} \frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_k} = \\ &= -v_{12}^2\rho L^{(12)}e_i^{(12)}v_i^{(1)} = -C_{AЭ}. \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) следует, что справедливо равенство

$$v_k \frac{\partial\sigma_{ik}}{\partial x_i} + C_{AЭ} = 0. \quad (18)$$

С использованием (12) и уравнения неразрывности можно показать, что  $v_k\partial\sigma_{ik}/\partial x_i$  (первое слагаемое слева в (16) и (18)) входит в соотношение для баланса кинетической энергии твердого тела. Отсюда следует, что эта величина описывает работу, совершаемую в единицу времени упругими силами и идущую на увеличение кинетической энергии единицы объема разрушающегося образца бетона. Рост кинетической энергии обусловлен, в свою очередь, распространяющимися в среде упругими волнами, возбуждаемыми колебаниями межфазной поверхности  $S_{12}$ , которые являются источником АЭ. При этом акустическое излучение будет инициировано процессами образования и роста трещин. Подставляя (18) в (16) и учитывая симметрию тензора упругих напряжений, получим

$$\sigma_{ik}v_{ik} + C_{\Omega} = 0, \quad (19)$$

где  $v_{ik} = 1/2(\partial v_i/\partial x_k + \partial v_k/\partial x_i)$  – осредненный тензор скоростей деформации (Беликов, Шестаков, 2008). Из полученного равенства следует, что второе слагаемое слева в (16), совпадающее с величиной  $\sigma_{ik}v_{ik}$  в (19), описывает мощность упругих сил, которая равна взятой с противоположным знаком скорости изменения поверхностной энергии материала. Таким образом, в рамках принятых нами приближений справедливо не только условие (16), но и выполняются равенства (18) и (19) по отдельности. В зависимости от соотношения между первым и вторым слагаемыми слева в (16), режим развития процессов разрушения может быть различным. При выполнении условия (16), энергия внешнего воздействия расходуется как на акустическое излучение, так и на изменение поверхностной энергии разрушающегося материала бетона. Если первое слагаемое слева в (16) много больше второго, то есть процесс разрушения описывается соотношением (18), мощность упругих сил практически полностью расходуется на генерацию акустического излучения межфазной поверхностью

$S_{12}$ . Если первое слагаемое слева в (16) много меньше второго, справедливо соотношение (19) и разрушение происходит таким образом, что мощность упругих сил тратится только на изменение поверхностной энергии материала (Беликов, Шестаков, 2008). Выражение (19) можно рассматривать как аналог энергетического критерия Гриффитса (Griffith, 1920). Однако в данном случае мы имеем дело не с отдельной трещиной, а с трещинным пространством, структурной характеристикой которого является УВП  $\Omega_{12}$ . Характер развития процессов разрушения, соответствующий условию (19), можно назвать эволюционным (не сопровождающимся значительным акустическим излучением) (Беликов, Шестаков, 2008). В силу условий (18) и (19), рассмотренные выше режимы развития процессов разрушения в образце бетона можно охарактеризовать и в зависимости от соотношения между мощностью акустического излучения  $C_{AЭ}$  и скоростью изменения поверхностной энергии  $C_{\Omega}$  единицы объема образца бетона. Если  $C_{AЭ}$  и  $C_{\Omega}$  одного порядка, то развитие процессов разрушения будет описываться соотношением (16). Когда  $C_{AЭ} \gg C_{\Omega}$ , характер развития процессов разрушения будет определяться условием (18) и сопровождаться значительным акустическим излучением. На данном этапе в твердом теле будут происходить процессы образования трещин, а также их слияния и укрупнения, сопровождающиеся АЭ. Если  $C_{\Omega} \gg C_{AЭ}$ , режим развития процессов разрушения будет описываться условием (19). На этом эволюционном этапе развития процессов разрушения акустическое излучение будет незначительным, а вся мощность упругих сил будет расходоваться на деформацию твердого тела, в том числе и на деформацию межфазной поверхности между твердой и трещинной фазами. Это, в свою очередь, будет приводить к изменению УВП и, как следствие, поверхностной энергии. Таким образом, информация о значениях величин  $C_{AЭ}$  и  $C_{\Omega}$  даст возможность не только охарактеризовать режим развития процесса разрушения, но и позволит осу-

ществить прогноз наступления того или иного его этапа. В представленной работе, данные о величинах  $C_{AЭ}$  и  $C_{\Omega}$  были получены в результате количественной интерпретации экспериментального материала по наблюдениям сигналов АЭ при разрушении образца бетона.

Физико-математическая модель для описания процессов АЭ была подробно рассмотрена в работе (Беликов, Рывкин, 2015а). Ее основные положения сводятся к следующему. С целью детального изучения процессов генерации АЭ, позволяющего учесть вклад в ее АЧ спектр отдельных составляющих трещиновато-пористого пространства (ТПП), для них была введена соответствующая функция распределения (ФР). При этом в качестве основной величины, описывающей структуру ТПП, было предложено выбрать характерный размер каждой из его составляющих, а само ТПП представить в виде совокупности (ансамбля) сферических полостей (монополей), со значениями радиусов, изменяющихся в некотором промежутке, границы которого определяются структурой среды. Тогда ФР будет зависеть только от радиуса сферической полости  $r$ , который можно трактовать как характерный (эффективный) размер соответствующей составляющей ТПП. Выбор параметров ансамбля сферических полостей должен был осуществлен таким образом, чтобы их общая поверхность, а также общий объем сколь угодно мало отличались от значений аналогичных характеристик единицы объема образца бетона (Беликов, Рывкин, 2015а). Кроме того, налагалось требование, чтобы энергия, излучаемая данным ансамблем сферических полостей в единицу времени, практически совпадала с мощностью излучения, генерируемого материалом образца. Таким образом, звуковое поле, возбуждаемое межфазной поверхностью  $S_{12}$ , находящейся в единичном объеме образца, было заменено акустически эквивалентной ему суперпозицией полей ансамбля монополей, параметры которого должны удовлетворять изложенным выше условиям (Беликов, Рывкин, 2015а). Нормированная ФР сфериче-

ских полостей по размерам (радиусам)  $f(r)$  была определена как относительное их количество в единице объема, приходящееся на единичный интервал радиусов (Беликов, 2010; Беликов, Рывкин, 2015а). Сферические полости с радиусами от  $r$  до  $r + \Delta r$  соответствуют составляющим ТПП, эффективный размер которых изменяется в этих же пределах. Данному набору сферических полостей, рассматриваемых как отдельная фаза (в рамках всего ТПП), соответствует характерная частота, определяемая согласно (14). Помимо функции  $f(r)$  в работах (Беликов, 2010; Беликов, Рывкин, 2015а) была использована ненормированная ФР  $\tilde{f}(r)$ , связанная с  $f(r)$  соотношением  $\tilde{f}(r) = Nf(r)$ , где  $N$  – общее количество излучающих сферических полостей в единице объема с радиусами от  $R_{\min}$  до  $R_{\max}$  (минимальный и максимальный размеры, соответственно). Условие нормировки для ФР  $\tilde{f}(r)$  имеет вид

$$\int_0^{\infty} \tilde{f}(r) dr = N. \text{ Структурные характеристики}$$

материала, такие как доля объема, занимаемая фазой «2», называемая обычно пористостью  $\phi_2$ , а также УВП  $\Omega_{12}$ , выражаются через  $\tilde{f}(r)$  следующим образом (Беликов, 2010; Беликов, Рывкин, 2015а,б)

$$\phi_2 = \frac{4\pi}{3} \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} r^3 \tilde{f}(r) dr; \Omega_{12} = 4\pi \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} r^2 \tilde{f}(r) dr. (20)$$

### **Расчеты и обсуждение результатов**

Процедура восстановления структурных характеристик материала по АЧ спектру АЭ, включающая в себя три основных этапа, подробно рассмотрена в работах (Беликов, 2010; Беликов, Рывкин, 2015а). На первом этапе должна быть проведена идентификация источников АЭ и установлена их физическая природа. На втором этапе следует определить интервал изменения характерных размеров составляющих ТПП, которые в процессе излучения формируют наблюдаемый спектр АЭ. На третьем необходимо задать распределение  $\Delta\sigma_{12}(r)$ . Говоря о первом этапе, мы будем считать, что источником АЭ является колеблющаяся поверхность  $S_{12}$ , выведенная

из равновесия. В соответствии со вторым этапом будем предполагать, что излучает весь набор сферических полостей, радиусы которых изменяются в пределах от 1 до 100 мкм (Беликов, Рывкин, 2015б). Рассматривая третий этап, примем, что для полостей, совершающих малые сферически-симметричные колебания,  $\Delta\sigma_{12}(r)$  равно его минимальному значению, которое, в соответствии с формулой Лапласа, можно записать в виде (Беликов, Рывкин, 2015а,б)

$$\Delta\sigma_{12}(r) = K / r, \quad (21)$$

где  $K = 2\mu_{12}$  (Ландау, Лифшиц, 1986). Далее, величину  $K$  мы рассматривали как коэффициент пропорциональности и рассчитывали его значение в процессе интерпретации. Следуя процедуре восстановления структурных характеристик среды, разобьем шкалу размеров излучающих сферических полостей, а также шкалу частот в АЧ спектре АЭ на промежутки. Если считать эти шкалы разнонаправленными (Беликов, Рывкин, 2015а), минимальному размеру  $R_{\min}$  будет соответствовать максимальная частота в АЧ спектре, а максимальному  $R_{\max}$  – минимальная. Для установления соответствия между промежуточными значениями  $\nu_{12}$  и  $r$  была использована линейная зависимость. Формулы для расчета поинтервальных значений ненормированной ФР  $\tilde{f}(r)$ , УВП  $\Omega_{12}$  и пористости  $\phi_2$ , полученные с использованием соотношений (14, 20, 21), приведены в (Беликов, Рывкин, 2015а). Значения нормированной ФР  $f(r)$  в каждом из интервалов определялись с использованием условия нормировки для  $\tilde{f}(r)$ .

Вычисления проводились в следующей последовательности. В первом приближении коэффициент  $K$  считался постоянным во всем промежутке изменения размеров излучающих сфер и определялся по данным поинтервальных значений размеров полостей, а также частот и амплитуд в АЧ спектре АЭ (Беликов, Рывкин, 2015а,б). При проведении расчетов во втором приближении предполагалось, что коэффициент  $K$  может принимать различные значения в каждом из интервалов разбиения шкалы радиусов. Для определения



его поинтервальных значений была использована процедура, сводящаяся к поиску минимума УВП  $\Omega_{12}$  при неизменном объеме фаз (Беликов, Рывкин, 2015а). В качестве истинного выбирался вариант, при котором УВП  $\Omega_{12}$  была минимальной, а пористость отличалась от принятого нами ее значения  $\varphi_2 = 0,1$  не более чем на десять процентов. Предложенная выше методика количественной интерпретации результатов наблюдений АЭ была применена для каждого из двух АЧ спектров АЭ, зарегистрированных через  $t = t_1 = 25$  мин и  $t = t_2 = 36,1$  мин после начала нагружения образца бетона (Niccolini et al., 2010; Schiavi et al., 2011). В результате были восстановлены нормированные ФР второго приближения  $f(r)$ , распределения относительных (по отношению к  $\Omega_{12}$ ) значений излучающей УВП, а также распределения относительных (по отношению к  $\varphi_2$ ) значений пористости для моментов времени  $t_1$  и  $t_2$ . Подробное обсуждение полученных результатов приведено в работе (Беликов, Рывкин, 2015б). Кратко их можно сформулировать следующим образом. На основе сравнительного анализа морфологии  $f(r)$  и указанных распределений, восстановленных на моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , показано, что развитие процессов разрушения в этом временном интервале характеризуется двумя особенностями. Суть первой заключается в том, что за период времени  $t_2 - t_1$  происходит слияние и укрупнение трещин, которое инициирует акустическое излучение, возбуждаемое колебаниями поверхностей вновь образующихся трещин больших размеров. Вторая особенность связана с тем, что продолжается образование и рост трещин малых размеров. Из этих двух тенденций главной на данном этапе развития процессов разрушения в образце является первая. Иными словами, за промежуток времени  $t_2 - t_1$ , в основном, происходит слияние и укрупнение трещин. Этот вывод подтверждается также следующими двумя фактами. Во-первых, отношение общей УВП в момент времени  $t_2$  к ее значению при  $t = t_1$   $\Omega_{12}(t_2) / \Omega_{12}(t_1) = 0,78$ , то есть по мере развития процессов разрушения УВП

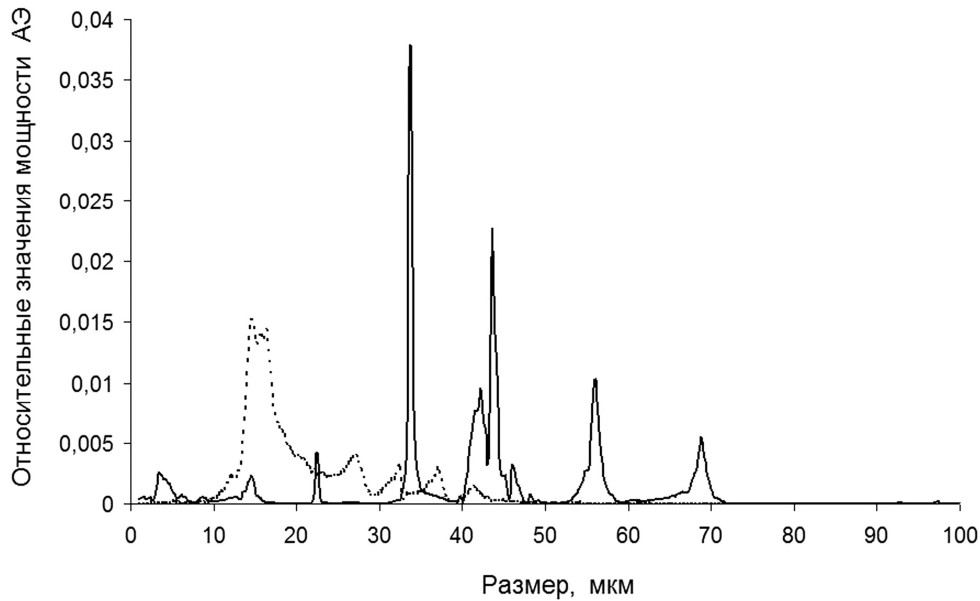
образца уменьшается. Во-вторых, средний (по всему интервалу от 1 до 100 мкм) характерный размер ТПП в момент времени  $t_1$ , определяемый в соответствии с (Беликов, Рывкин, 2015б), составляет 27 мкм, а в момент времени  $t_2$  – 36 мкм.

Проанализируем характер изменения распределений по размерам мощности акустического излучения за период времени  $t_2 - t_1$ . Когда мы рассматриваем гармонические сферически симметричные колебания полости, направление вектора скорости и направление вектора силы, действующей на ее поверхности, совпадают. Тогда на поверхности полости радиуса  $r$  (которая является частью поверхности  $S_{12}$ )  $v_i^{(1)} = v_i^{(2)} = w_r e_i^r$ , где  $w_r$  – модуль скорости колебаний ее поверхности;  $e_i^r$  – единичный вектор в направлении силы, действующей на единицу площади поверхности полости (аналог  $e_i^{(12)}$ ). При этом  $w_r = v_r L_r$ , где  $v_r$  и  $L_r$  – соответствующие полости радиуса  $r$  частота и амплитуда колебаний ее поверхности. Данные о значениях  $v_r$  и  $L_r$  берутся из АЧ спектра АЭ. Выражение для  $C_{АЭ}^r$  – мощности акустического излучения монополей с радиусами в интервале от  $r$  до  $r + \Delta r$  может быть получено из соотношения для  $C_{АЭ}$ , если учесть, что в данном случае  $v_{12} = v_r$ ,  $L^{(12)} = L_r$ ,  $e_i^{(12)} = e_i^r$ , тогда  $C_{АЭ}^r = v_r^2 \rho L_r e_i^r w_r e_i^r = v_r^2 \rho L_r w_r = v_r^3 \rho L_r^2$ . (22)

Полная энергия, генерируемая ансамблем сферических полостей, получается суммированием соотношений (22) по всем интервалам размеров излучателей

$$C_{АЭ} = \sum_r C_{АЭ}^r = \sum_r v_r^3 \rho L_r^2. \quad (23)$$

На рис. 1 представлены распределения по характерным размерам относительных (по отношению к  $C_{АЭ}$ ) значений мощности АЭ в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , рассчитанных по формулам (22–23). Сравнивая указанные распределения, можно отметить, что при  $t = t_1$  основная часть энергии излучается полостями (составляющими ТПП), характерные размеры которых лежат в пределах от 10 до 40 мкм. В момент времени  $t_2$ , большая часть энергии АЭ генерируется полостями, размеры которых изменяются в интервале 30–70 мкм. Что же каса-



**Рис. 1.** Распределения относительных значений мощности АЭ.  
Пунктир – момент времени  $t_1$ , сплошная линия – момент времени  $t_2$

ется энергии, излученной всеми составляющими ТПП с характерными размерами от 1 до 100 ккм, рассчитанной в соответствии с (23), то ее величина при  $t = t_1$   $C_{АЭ}(t_1)$  превышает соответствующее значение при  $t = t_2$   $C_{АЭ}(t_2)$  в 26,8 раза. То есть за промежуток времени  $t_2 - t_1$  происходит резкое (более чем на порядок) уменьшение интенсивности АЭ. В то же время, считая изменение параметров  $\gamma_{12}$  и  $\mu_{12}$  за период времени  $t_2 - t_1$  малым, можно получить, что  $C_{\Omega}(t_2) / C_{\Omega}(t_1) = \Omega_{12}(t_2) / \Omega_{12}(t_1) = 0,78$ . Иными словами, в течение рассматриваемого временного интервала скорость изменения поверхностной энергии  $C_{\Omega}$  меняется не столь значительно, как  $C_{АЭ}$  и, фактически,  $C_{\Omega}(t_1)$  и  $C_{\Omega}(t_2)$  примерно одного порядка. Проследить эволюцию во времени уравнения энергетического баланса (13) в общем случае, при отсутствии необходимых для этого исходных данных, не представляется возможным. Поэтому будем предполагать, что процесс разрушения образца бетона – это последовательность квазистационарных состояний, в каждом из которых выполняется соотношение (16). Следует отметить, однако, что, вообще говоря, возможна ситуация, когда по мере развития процесса разрушения к моменту времени  $t = t_1$  наступает такой его этап, ко-

торый может характеризоваться как общим уравнением (16), так и соотношениями (18) или (19), являющимися его частными случаями. Информация о том, какой из этих этапов реализуется в момент времени  $t = t_1$ , отсутствует. Поэтому исследуем условия возникновения возможных режимов развития процесса разрушения при  $t = t_2$  в зависимости от того, на каком этапе он находится в момент времени  $t_1$ , привлекая, полученные нами выше данные о величине отношений  $C_{АЭ}(t_2) / C_{АЭ}(t_1)$  и  $C_{\Omega}(t_2) / C_{\Omega}(t_1)$ . Возможны следующие варианты. Пусть в момент времени  $t_1$  выполняется условие (16). Это означает, что все слагаемые в этом соотношении одного порядка и оба механизма перекачки энергии внешнего воздействия в акустическое излучение и изменение поверхностной энергии единицы объема образца бетона сопоставимы. Тогда учитывая, что  $C_{\Omega}(t_2) / C_{\Omega}(t_1) = 0,78$ , а  $C_{АЭ}(t_2) / C_{АЭ}(t_1) = 0,04$ , приходим к выводу, что режим развития процессов разрушения при  $t = t_2$  может стать только эволюционным, удовлетворяющим условию (19). Если при  $t = t_1$  выполняется соотношение (18) и работа, совершаемая в единицу времени упругими силами практически полностью расходуется на АЭ, генерируемую поверхностями трещин, то при полученных нами

выше отношениях значений величин  $C_{\Omega}$  и  $C_{AЭ}$  в момент времени  $t_2$  к их значениям при  $t = t_1$ , режим развития процессов разрушения в момент времени  $t_2$  либо таким же и останется, либо будет соответствовать условию общего вида (16). И, наконец, пусть в момент времени  $t_1$  характер развития процессов разрушения является эволюционным, удовлетворяющим соотношению (19). В этом случае основная часть мощности упругих сил расходуется на изменение поверхностной энергии материала образца, а акустическое излучение незначительно. Тогда, с учетом данных об отношениях  $C_{\Omega}(t_2) / C_{\Omega}(t_1)$  и  $C_{AЭ}(t_2) / C_{AЭ}(t_1)$ , можно сделать вывод, что развитие процессов разрушения при  $t = t_2$  продолжится в эволюционном режиме, согласно (19). Выше было сказано, что за период времени  $t_2 - t_1$ , в основном, происходит слияние и укрупнение трещин, сопровождающееся АЭ. Поэтому наиболее вероятными являются первые два из рассмотренных выше вариантов. При наличии АЧ спектров АЭ, зарегистрированных при  $t > t_2$ , сделанный выше прогноз о характере развития процессов разрушения может быть уточнен. В силу того, что режим развития процессов разрушения тесно связан с особенностями изменения структурных характеристик среды, количество АЧ спектров АЭ, необходимое для детального изучения закономерностей возникновения того или иного их этапа, будет различным для каждого материала. В такой ситуации следует проводить повторные эксперименты по одноосному нагружению одинаковых образцов данного материала, изменяя интервалы между моментами времени, когда регистрируются АЧ спектры АЭ.

### **Заключение**

На основе анализа уравнения энергетического баланса, с привлечением данных о временных изменениях структурных характеристик, изучены условия реализации возможных режимов развития процесса разрушения образца бетона. Информация о характере временных изменений его структурных характеристик получена в результате количественной интерпретации экспе-

риментального материала по двум АЧ спектрам АЭ, зарегистрированным через  $t_1 = 25$  мин и  $t_2 = 36,1$  мин после начала нагружения образца бетона, что позволило построить соответствующие нормированные ФР излучающих сферических полостей по их радиусам, а также распределения пористости и излучающей УВП при  $t_1$  и  $t_2$ . Сравнительный анализ морфологии ФР и соответствующих распределений пористости и УВП показывает, что в течение рассматриваемого временного интервала, в основном, происходит слияние и укрупнение трещин, приводящее к появлению составляющих ТПП с относительно большими характерными размерами, а также уменьшению (не очень значительному) общей УВП. С использованием полученных результатов были вычислены отношения значений скорости изменения поверхностной энергии  $C_{\Omega}$  и мощности акустического излучения  $C_{AЭ}$  единицы объема разрушающегося образца бетона в момент времени  $t_2$  к их значениям при  $t = t_1$ . Это дало возможность исследовать условия реализации возможных режимов развития процесса разрушения в момент времени  $t_2$ . При наличии экспериментальных данных по АЧ спектрам АЭ, зафиксированным при большем, чем два количестве моментов времени, характер изменения структурных характеристик твердого тела может быть восстановлен более детально. В этом случае достовернее будет и прогноз наступления того или иного этапа развития процессов разрушения. Предложенная выше методика исследования условий реализации возможных режимов развития процесса разрушения, базирующаяся на анализе уравнения энергетического баланса с привлечением данных о временных изменениях структурных характеристик разрушающегося образца бетона, может быть использована в дальнейшем при изучении характера развития деструктивных процессов в сходных по структуре материалах, таких, как горные породы.

Выражаем искреннюю благодарность доктору А. Schiavi за предоставленные материалы. Работа выполнена при поддержке

программы фундаментальных исследований УрО РАН, проекты № 15-18-5-19, № 15-2-5-32.

### **Литература**

*Алейников А.Л., Беликов В.Т., Немзоров Н.И., Троянов А.К.* Интерпретация наблюдений сигналов акустической эмиссии на Уральской сверхглубокой скважине // Геология и геофизика. 1992. № 6. С. 118–126.

*Алейников А.Л., Беликов В.Т., Немзоров Н.И.* Акустическая эмиссия в гетерогенных средах // Дефектоскопия. 1993. № 3. С. 31–36.

*Баранов В.М.* Акустические измерения в ядерной энергетике. М.: Энергоатомиздат. 1990. 320 с.

*Беликов В.Т.* Количественное описание процессов тепломассопереноса в литосфере // Геология и геофизика. 1991. № 5. С. 3–9.

*Беликов В.Т.* Моделирование процессов акустической эмиссии в твердом теле // Дефектоскопия. 2008. № 6. С. 77–84.

*Беликов В.Т.* Восстановление структурных характеристик разрушающегося твердого тела по амплитудно-частотному спектру акустической эмиссии // Дефектоскопия. 2010. № 1. С. 56–63.

*Беликов В.Т., Шестаков А.Ф.* Изучение временных изменений напряженного состояния геосреды в процессе разрушения // Геология и геофизика. 2008. № 5. С. 461–470.

*Беликов В.Т., Рывкин Д.Г.* Использование амплитудно-частотного спектра акустической эмиссии для восстановления функции распределения трещин по размерам // Дефектоскопия. 2010. № 10. С. 26–33.

*Беликов В.Т., Рывкин Д.Г.* Использование данных наблюдений акустической эмиссии для изучения структуры горных пород //

Уральский геофизический вестник. 2014. № 1. С. 11–21.

*Беликов В.Т., Рывкин Д.Г.* Использование результатов наблюдений акустической эмиссии для изучения структурных характеристик твердого тела // Акустический журнал. 2015а. Т. 61. № 5. С. 622–630.

*Беликов В.Т., Рывкин Д.Г.* Исследование временных изменений структурных характеристик разрушающихся образцов по данным наблюдений акустической эмиссии // Уральский геофизический вестник. 2015б. № 1. С. 15–23.

*Грешников В. А., Дробот Ю.Б.* Акустическая эмиссия. М.: Издательство стандартов. 1976. 272 с.

*Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука. 1986. 736 с.

*Регель В.Р., Слуцкер А.Н., Томашевский Э.Е.* Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974. 560 с.

*Griffith A.A.* The phenomenon of rupture and flow in solids // Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. A. 1920. 221. P. 163–198.

*Niccolini G., Schiavi A., Tarizzo P., Carpinteri A., Lacidogna G., Manuello A.* Scaling in temporal occurrence of quasi-rigid body vibration pulses due to macro-fractures // Journals of the American Physical Society – Physical Review E. 2010. V. 82 (4). 046115. P. 1–5.

*Schiavi A., Niccolini G., Tarizzo P., Carpinteri A., Lacidogna G., Manuello A.* Acoustic emissions at high and low frequencies during compression tests in brittle materials // Strain. 2011. V. 47 (Suppl.2), P. 105–110.