

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ИЗМЕНЕНИЙ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА ЧЕРЕЗ ЗЕМНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ ПО ДАННЫМ ОБ ИЗМЕНЕНИЯХ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ

Горностаева А.А. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. Разработан алгоритм и выведены расчетные формулы для оценки изменений теплового потока через земную поверхность по известной истории изменения температуры поверхности, основанные на различных моделях аппроксимации температурной истории. Исследованы погрешности реконструкции потока при использовании различных моделей аппроксимации. Приведен пример реконструкции тепловой истории на Урале.

Температура земной поверхности, тепловой поток через земную поверхность, геотермия.

THE CALCULATION ALGORITHM OF GROUND SURFACE HEAT FLUX CHANGES FROM GROUND SURFACE TEMPERATURE CHANGES

Gornostaeva A.A. – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. The paper presents the calculation algorithm and formulas for the evaluation of ground heat flux changes from the known ground surface temperature (GST) history based on different approximation models of GST history. The uncertainties of heat flux reconstruction with different approximation models have been analyzed. The example of heat flux history reconstruction in the Urals is displayed.

Ground surface temperature, ground heat flux, geothermy.

Введение

В последние годы при исследовании теплового баланса земной поверхности все большую популярность приобретает методика расчета изменений теплового потока через земную поверхность по температурным данным (Wang and Bras, 1999; Wang and Bras, 1998; Mayocchi and Bristow, 1995). Такие расчеты бывают полезны, когда исследуются процессы теплопереноса через земную поверхность на различных временных шкалах. В почвоведении при изучении изменений теплового баланса суточных и годовых циклов этот метод удобен тем, что температура поверхности измеряется легче и точнее, чем тепловой поток.

Данная методика может применяться и в палеоклиматических исследованиях. Если имеется температурная история земной поверхности, которая может быть получена инструментальными методами либо реконструирована по геотермическим или косвенным данным, методика позволяет оценить долговременные (сотни, тысячи лет) изменения теплового потока через земную поверхность, которые отражают

энергетику климатических изменений, произошедших в прошлом (Beltrami et al., 2000; 2002; Huang, 2006; Demezhko et al., 2013; Volobuev, 2013).

В (Wang and Bras, 1999) приведено интегральное соотношение между изменениями температуры земной поверхности и тепловым потоком, а в (Beltrami et al., 2002) – один из вариантов конечно-разностной аппроксимации этого соотношения.

В настоящей работе предложен алгоритм и расчетные формулы нахождения изменений теплового потока по ряду значений температуры поверхности, основанные на различных моделях аппроксимации температурной истории земной поверхности. Исследованы погрешности реконструкции потока при использовании различных моделей аппроксимации.

Алгоритм реконструкции теплового потока

В однородной полубесконечной среде в отсутствии на интервале наблюдений источников тепла и вертикальных течений изменение температуры с глубиной, обусловленное влиянием температурных изменений на по-

верхности, может быть описано одномерным нестационарным уравнением теплопроводности (Карслоу, Егер, 1964):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где t – время, a – коэффициент температуропроводности пород.

Тепловой поток связан с изменением температуры законом Фурье

$$q(0,t) = -\lambda \left. \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \right|_{z=0}. \quad (2)$$

Если температура поверхности представлена в виде трехпараметрического закона

$$T(0,t') = D (t')^{n/2}, \quad (3)$$

где D – константа, n – положительное целое число (или 0),

$t' = \frac{t-t_0}{t_n-t_0}$, t_0 – момент начала температурных изменений, t_n – настоящее время, то выражение для температурной аномалии с глубиной будет иметь вид (Lachenbruch et al., 1982):

$$T_{an}(z,t') = 2^n \Gamma\left(\frac{1}{2}n+1\right) i^n \operatorname{erfc} \frac{z}{\sqrt{4at'}} T(0,t');$$

$$T_{an}(z,t') = \begin{cases} \operatorname{erfc} \frac{z}{\sqrt{4at'}}, & n=0; \\ \sqrt{\pi} i \operatorname{erfc} \frac{z}{\sqrt{4at'}}, & n=1; \\ 4 \cdot i^2 \operatorname{erfc} \frac{z}{\sqrt{4at'}}, & n=2; \\ 6\sqrt{\pi} i^3 \operatorname{erfc} \frac{z}{\sqrt{4at'}}, & n=3, \end{cases} \quad (4)$$

где $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ – коэффициент температуропроводности, $i^n \operatorname{erfc}(\beta)$ – кратный интеграл

вероятностей и $\Gamma(\beta)$ – гамма-функция аргумента β . Дифференцирование уравнений (4) дает значение теплового потока через поверхность в виде функции

$$q(0,t') = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}n+1\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}\right)} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{at'}} \cdot T(0,t'); \quad (5)$$

$$q(0,t') = \begin{cases} \frac{E}{\sqrt{\pi t'}} T(0,t'), & n=0; \\ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{E}{\sqrt{t'}} T(0,t'), & n=1; \\ \frac{2E}{\sqrt{\pi t'}} T(0,t'), & n=2; \\ \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{t'}} E T(0,t'), & n=3. \end{cases}$$

Здесь E – коэффициент тепловой активности (тепловой инерции) пород, характеризующий интенсивность теплообмена на земной поверхности.

Он связан с другими теплофизическими параметрами – теплопроводностью λ , температуропроводностью a и объемной теплоемкостью ρC – соотношениями $E = \sqrt{\lambda \rho C} = \lambda / \sqrt{a} = \rho C \sqrt{a}$.

Пусть некоторое произвольное изменение температуры земной поверхности оцифровано через равные промежутки времени Δt : $T_i = T(0, i)$, $t = i \cdot \Delta t$. Представим температурный ряд T_i в виде суммы элементарных изменений, соответствующих (3):

$$T_i = T_0 + \sum_{j=1}^i D_j (i-j+1)^{\frac{n}{2}}. \quad (6)$$

Параметр n определяет модель аппроксимации температурной кривой. Если в соответствии с выбранным значением параметра n мы сможем рассчитать значения D_i по температурной кривой, тогда с помощью (3), (5) несложно рассчитать и приращения теплового потока на каждом интервале $\{i-1; i\}$.

Рассмотрим, как связаны между собой изменения температуры и теплового потока на i -м временном интервале при различных n . При этом важно учитывать, что значение температуры и теплового потока на конце временного интервала отражает изменения этих величин на всех предыдущих временных интервалах.

В случае скачкообразного изменения температуры поверхности ($n=0$)

$$T_i = D_i;$$

$$q_i = \frac{E}{\sqrt{\pi\Delta t}} \frac{D_i}{\sqrt{i}} = k_0 \frac{D_i}{\sqrt{i}}. \quad (7)$$

Найдем элементарное изменение температуры (без учета предыдущей температурной истории) D_i и значение теплового потока q_i на конце i -го временного интервала (рис. 1).

Элементарное изменение температуры D_i на i -м интервале равно разности температур на концах интервала ΔT (рис. 1а):

$$D_1 = \Delta T_1$$

$$D_2 = \Delta T_2 \Rightarrow D_i = \Delta T_i. \quad (8)$$

$$D_3 = \Delta T_3$$

Тепловой поток на i -м временном интервале учитывает все предыдущие изменения потока (рис. 1б):

$$q_1 = k_0 \cdot \frac{D_1}{\sqrt{1}};$$

$$q_2 = k_0 \cdot \left(\frac{D_2}{\sqrt{1}} + \frac{D_1}{\sqrt{2}} \right); \quad (9)$$

$$q_3 = k_0 \cdot \left(\frac{D_3}{\sqrt{1}} + \frac{D_2}{\sqrt{2}} + \frac{D_1}{\sqrt{3}} \right);$$

$$\Rightarrow q_i = k_0 \cdot \sum_{j=1}^i \frac{D_j}{\sqrt{i-j+1}}.$$

При $n = 1$ температура меняется пропорционально \sqrt{t} :

$$T_i = D_i \cdot \sqrt{i};$$

$$q_i = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{E}{\sqrt{\Delta t}} D_i = k_1 D_i. \quad (10)$$

Элементарное изменение температуры на i -м интервале равно (рис. 2а):

$$D_1 = \Delta T_1;$$

$$D_2 = \Delta T_1 + \Delta T_2 - D_1\sqrt{2};$$

$$D_3 = \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 - D_1\sqrt{3} - D_2\sqrt{2};$$

$$\Rightarrow D_i = \sum_{j=1}^i \Delta T_j - \sum_{j=1}^{i-1} D_j \sqrt{i-j+1} = \quad (11)$$

$$= (T_i - T_0) - \sum_{j=1}^{i-1} D_j \sqrt{i-j+1}.$$

Суммарный тепловой поток на i -м интервале равен (рис. 2б):

$$q_1 = k_1 D_1$$

$$q_2 = k_1 (D_1 + D_2) \Rightarrow q_i = k_1 \sum_{j=1}^i D_j. \quad (12)$$

$$q_3 = k_1 (D_1 + D_2 + D_3)$$

При $n = 2$ температура на отрезке меняется линейно:

$$T_i = D_i \cdot i;$$

$$q_i = \frac{2E}{\sqrt{\pi\Delta t}} D_i \sqrt{i} = k_2 D_i \sqrt{i}. \quad (13)$$

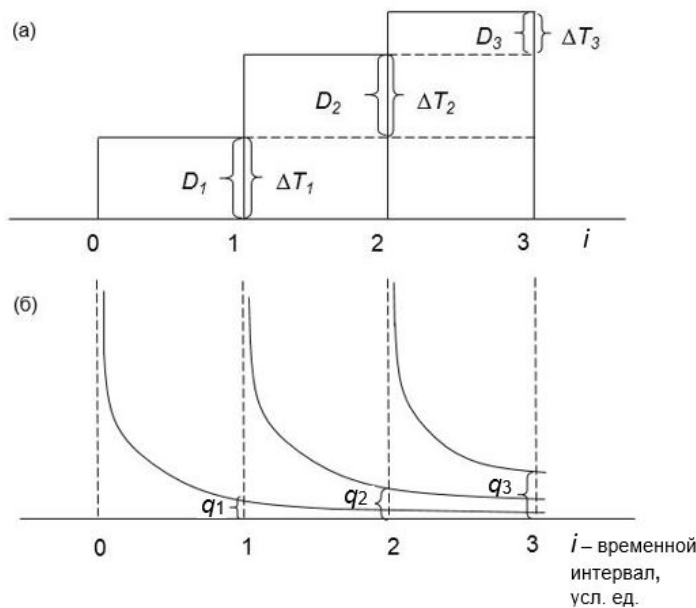


Рис. 1. Модель изменения температуры поверхности (а) и теплового потока (б) на равных временных интервалах при $n = 0$

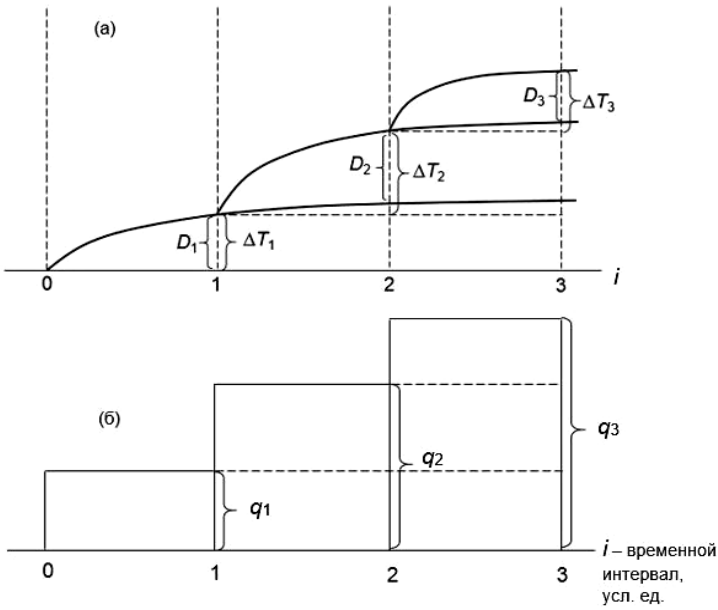


Рис. 2. Модель изменения температуры поверхности (а) и теплового потока (б) на равных временных интервалах при $n = 1$

Элементарное изменение температуры на i -м интервале равно (рис. 3а):

$$\begin{aligned} D_1 &= \Delta T_1; \\ D_2 &= \Delta T_2 - D_1; \\ D_3 &= \Delta T_3 - (D_1 + D_2); \\ \Rightarrow D_i &= \Delta T_i - \sum_{j=1}^{i-1} D_j. \end{aligned} \quad (14)$$

Суммарный тепловой поток равен (рис. 3б):

$$\begin{aligned} q_1 &= k_2 D_1 \sqrt{1}; \\ q_2 &= k_2 (D_1 \sqrt{2} + D_2 \sqrt{1}); \\ q_3 &= k_2 (D_1 \sqrt{3} + D_2 \sqrt{2} + D_3); \\ \Rightarrow q_i &= k_2 \sum_{j=1}^i D_j \sqrt{i-j+1}. \end{aligned} \quad (15)$$

При $n = 3$ температура поверхности меняется пропорционально $t^{3/2}$, а тепловой поток линейно:

$$\begin{aligned} T_i &= D_i \cdot i^{3/2}; \\ q_i &= \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{E}{\sqrt{\Delta t}} D_i i = k_3 D_i i. \end{aligned} \quad (16)$$

Элементарное изменение температуры на i -м интервале равно (рис. 4а):

$$\begin{aligned} D_1 &= \Delta T_1; \\ D_2 &= \Delta T_1 + \Delta T_2 - D_1 \cdot 2^{3/2}; \\ D_3 &= \Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 - D_1 \cdot 3^{3/2} - D_2 \cdot 2^{3/2}; \\ \Rightarrow D_i &= \sum_{j=1}^i \Delta T_j - \sum_{j=1}^{i-1} D_j (i-j+1)^{3/2} = \\ &= (T_i - T_0) - \sum_{j=1}^{i-1} D_j (i-j+1)^{3/2}. \end{aligned} \quad (17)$$

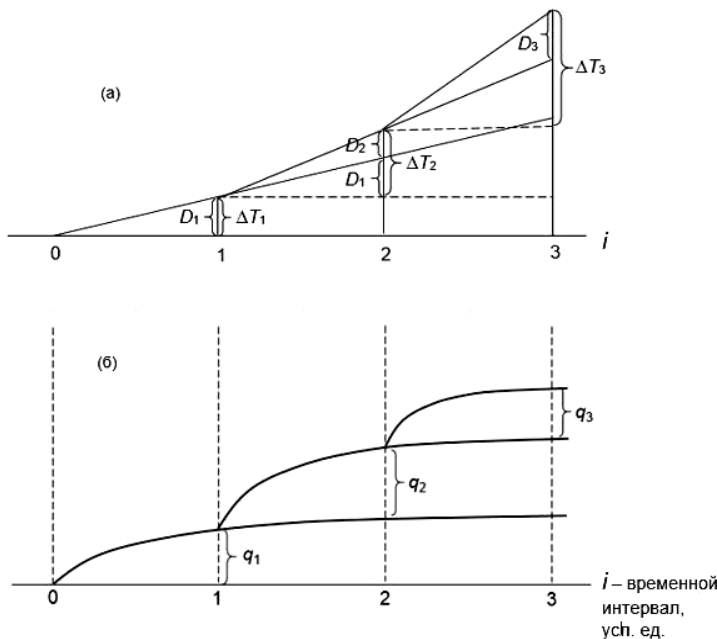


Рис. 3. Модель изменения температуры поверхности (а) и теплового потока (б) на равных временных интервалах при $n = 2$

Суммарный тепловой поток на i -м интервале равен (рис. 4б):

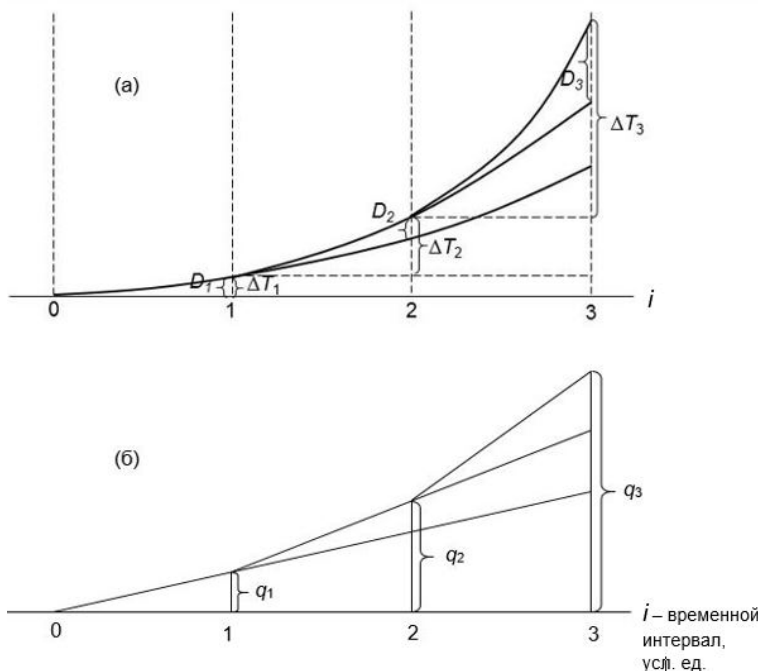
$$\begin{aligned} q_1 &= k_3 D_1 \cdot 1; \\ q_2 &= k_3 (D_1 \cdot 2 + D_2 \cdot 1); \\ q_3 &= k_3 (D_1 \cdot 3 + D_2 \cdot 2 + D_3 \cdot 1); \\ \Rightarrow q_i &= k_3 \sum_{j=1}^i D_j (i-j+1). \end{aligned} \quad (18)$$

Приведенные формулы позволяют определить историю изменения теплового потока через земную поверхность непосредственно из имеющейся температурной истории земной поверхности.

Покажем, что соотношения (14–15) при $n = 2$ можно свести к выражению, предложенному в работах (Beltrami et al., 2002; Huang, 2006) для модели линейного роста температуры внутри i -го временного интервала:

$$\begin{aligned} q(0, t_i) &= \\ &= \frac{2\lambda}{\sqrt{\pi a \Delta t}} \times \\ &\times \sum_{j=1}^i [T_j - T_{j-1}] \cdot [\sqrt{i - (j-1)} - \sqrt{i-j}] \end{aligned} \quad (19)$$

Из (14):



$$\begin{aligned} D_1 &= \Delta T_1; \\ D_2 &= \Delta T_2 - D_1; \\ D_3 &= \Delta T_3 - (D_1 + D_2); \\ \Downarrow \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} D_1 &= \Delta T_1; \\ D_2 &= \Delta T_2 - \Delta T_1; \\ D_3 &= \Delta T_3 - (\Delta T_1 + \Delta T_2 - \Delta T_1) = \Delta T_3 - \Delta T_2; \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D_i = \Delta T_i - \Delta T_{i-1}. \quad (21)$$

Подставим выражение (21) в (15). Получим:

$$\begin{aligned} q_i &= k_2 \sum_{j=1}^i (\Delta T_j - \Delta T_{j-1}) \sqrt{i-j+1} = \\ &= k_2 \left(\sum_{j=1}^i \Delta T_j \sqrt{i-j+1} - \sum_{j=1}^i \Delta T_{j-1} \sqrt{i-j+1} \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Рассмотрим вторую сумму выражения (22):

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^i \Delta T_{j-1} \sqrt{i-j+1} &= \sum_{j=0}^{i-1} \Delta T_j \sqrt{i-j} = \\ &= \Delta T_0 \sqrt{i} + \sum_{j=1}^{i-1} \Delta T_j \sqrt{i-j} + \Delta T_{j=i} \sqrt{0} = \\ &= \sum_{j=1}^i \Delta T_j \sqrt{i-j}. \end{aligned} \quad (23)$$

Рис. 4. Модель изменения температуры поверхности (а) и теплового потока (б) на равных временных интервалах при $n = 3$

Первое слагаемое, содержащее ΔT_0 , равно 0 по определению. Третье слагаемое появилось путем добавления следующего, заведомо нулевого члена суммы. Внесение этого члена под знак суммы дало конечное выражение (23) для рассматриваемой суммы.

Подставим получившееся выражение (23) в (22):

$$\begin{aligned}
 q_i &= k_2 \left(\sum_{j=1}^i \Delta T_j \sqrt{i-j+1} - \sum_{j=1}^i \Delta T_{j-1} \sqrt{i-j+1} \right) = \\
 &= k_2 \left(\sum_{j=1}^i \Delta T_j \sqrt{i-j+1} - \sum_{j=1}^i \Delta T_j \sqrt{i-j} \right); \\
 q_i &= k_2 \sum_{j=1}^i \Delta T_j (\sqrt{i-j+1} - \sqrt{i-j}) = \\
 &= \frac{2E}{\sqrt{\pi\Delta t}} \sum_{j=1}^i \Delta T_j (\sqrt{i-j+1} - \sqrt{i-j})
 \end{aligned} \tag{24}$$

Таким образом, выражение (24) полностью соответствует (19).

Приведем общую формулу нахождения значения теплового потока q_i по температуре земной поверхности $T(0, t)$, заданной в виде ряда значений, на концах равных временных интервалов Δt :

$$q_i = k(n) \sum_{j=1}^i D_j (i-j+1)^{\frac{n-1}{2}}. \tag{25}$$

Таблица. Алгоритм нахождения значения теплового потока по температурной истории земной поверхности, оцифрованной через равные промежутки времени Δt

Параметры	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
$k(n)$	$\frac{E}{\sqrt{\pi\Delta t}}$	$\frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{E}{\sqrt{\Delta t}}$	$\frac{2E}{\sqrt{\pi\Delta t}}$	$\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{E}{\sqrt{\Delta t}}$
D_i	ΔT_i	$(T_i - T_0) - \sum_{j=1}^{i-1} D_j \times \sqrt{i-j+1}$	$\Delta T_i - \sum_{j=1}^{i-1} D_j$	$(T_i - T_0) - \sum_{j=1}^{i-1} D_j \times (i-j+1)^{3/2}$
q_i	$k(n) \sum_{j=1}^i \frac{D_j}{\sqrt{i-j+1}}$	$k(n) \sum_{j=1}^i D_j$	$k(n) \sum_{j=1}^i D_j \sqrt{i-j+1}$	$k(n) \sum_{j=1}^i D_j (i-j+1)$
$\langle q_i \rangle$	$q_{i-1} + 2 \cdot (q_i - q_{i-1})$	q_i	$q_{i-1} + \frac{2}{3} (q_i - q_{i-1})$	$q_{i-1} + \frac{1}{2} (q_i - q_{i-1})$

Перечисленные формулы, включая предложенную в (Beltrami et al., 2002; Huang, 2006), дают мгновенное значение теплового потока на конце i -го временного интервала. Характер изменения теплового потока на интервале зависит от модели аппроксимации. Поэтому целесообразно рассчитывать не значение теплового потока на конце временного интервала Δt , а среднее значение потока на i -м интервале, приписывая это значение середине интервала. Среднее приращение потока на интервале можно получить, проинтегрировав (5) на интервале Δt :

$$\bar{q} = \frac{2}{n+1} q. \tag{26}$$

Среднее значение теплового потока на интервале $\{i-1; i\}$ равно:

$$\langle q_i \rangle = q_{i-1} + \frac{2}{n+1} (q_i - q_{i-1}). \tag{27}$$

Значения, приведенные к середине интервала, более точно аппроксимируют реальные изменения теплового потока.

Обобщим полученные формулы для разных n в таблице.

Алгоритм реконструкции изменений теплового потока через земную поверхность по данным об изменениях температуры поверхности включает в себя:

- оцифровку температурной истории

через равные промежутки времени Δt ;
 – вычисление с помощью рекуррентных соотношений (таблица, строка D_i) ряда элементарных изменений температуры D_i для выбранного значения n ;
 – вычисление с помощью (25) и выражений, представленных в таблице, строка q_i , ряда мгновенных значений теплового потока на концах интервалов;
 – вычисление средних значений теплового потока на интервалах – (27) и таблица, строка) $\langle q_i \rangle$.

Анализ погрешностей реконструкции теплового потока при использовании различных моделей аппроксимации

Для обоснования выбора оптимальных значений параметра n аппроксимирующих моделей, рассмотрим работу алгоритма на примере гармонических колебаний температуры поверхности:

$$T(0, t) = T_0 + A \sin\left(\frac{2\pi}{\tau} t + \varphi\right), \quad (28)$$

где A – амплитуда, τ – период и φ – фаза колебаний. Распространение этих колебаний на глубину будет описываться соотношением:

$$T(z, t) = T_0 + A e^{-pz} \sin\left(\frac{2\pi}{\tau} t - pz - \varphi\right), \quad (29)$$

$$p = \sqrt{\frac{2\pi}{\tau} / 2a},$$

а изменения потока q через земную поверхность:

$$\begin{aligned} q(0, t) &= -\lambda \left. \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \right|_{z=0} = \\ &= AE \sqrt{\frac{2\pi}{\tau}} \sin\left(\frac{2\pi}{\tau} t + \varphi + \frac{\pi}{4}\right) = \quad (30) \\ &= E \sqrt{\frac{2\pi}{\tau}} T\left(0, t + \frac{\tau}{8}\right). \end{aligned}$$

Изменения теплового потока опережают изменения температуры на одну восьмую периода колебаний. Физический смысл такого сдвига состоит в том, что именно изменения внешнего потока определяют изменения температуры, а не наоборот. В данном исследовании расчеты проводились при $E = 2500$ Дж/(м²Кс^{1/2}).

При сравнении моделируемого и теоретического тепловых потоков следует учитывать, что теоретический поток (соотношение (30)) характеризует установившийся режим колебание в системе, в то время как в ситуации с моделируемым потоком предполагается, что изначальное значение теплового потока было равным 0 Вт/м², и поток стал меняться в начальный момент времени t_0 . Для учета данного обстоятельства из сравнения исключался первый период колебаний температуры и теплового потока.

Результаты сравнения относительной погрешности аппроксимации теоретической кривой изменения теплового потока для разных моделей представлены на рис. 5.

В случае, когда температурная кривая оцифрована недостаточно часто (менее 5

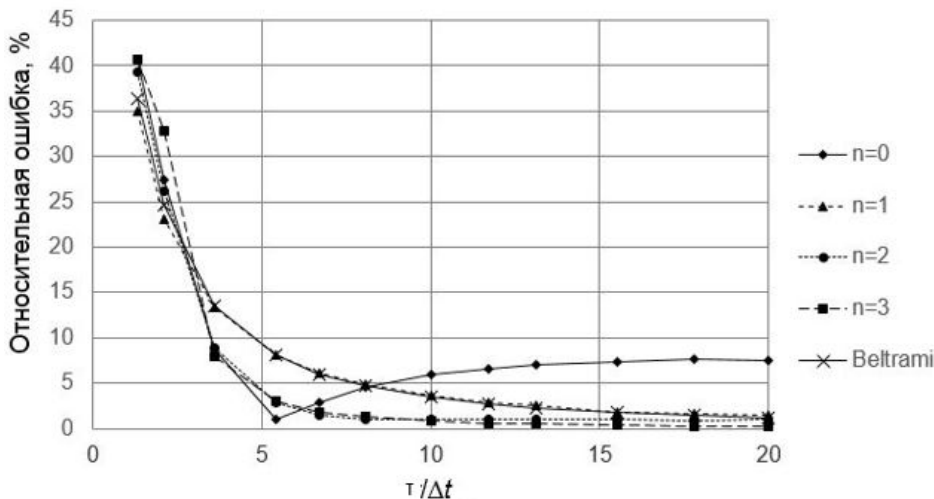


Рис. 5. Зависимость относительной ошибки аппроксимации теоретической кривой изменения теплового потока от отношения периода колебаний τ к интервалу дискретизации Δt для разных моделей

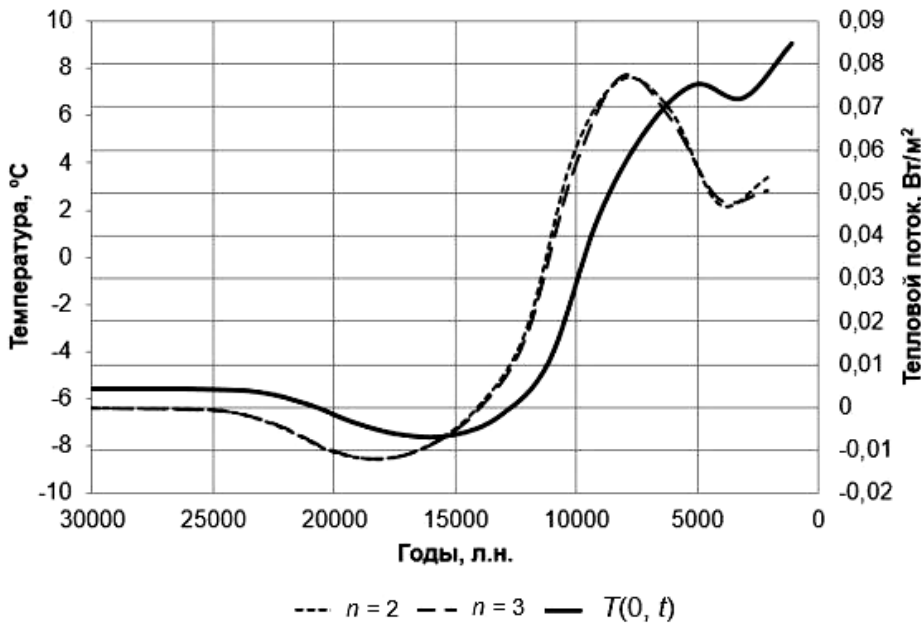


Рис. 6. Реконструкция истории изменения теплового потока через поверхность по температурной истории земной поверхности на Урале

точек на период τ), относительные погрешности вычисления потока для всех моделей чрезвычайно велики и составляют десятки процентов (см. рис. 5), поэтому алгоритм следует применять, только когда задано не менее пяти точек на период. Соотношение (19), предложенное в (Beltrami et al., 2002; Huang, 2006), дает погрешность выше, чем представленный алгоритм при $n = 2$. Так как отличие алгоритма от соотношения Beltrami связаны лишь с переходом от мгновенных значений потока на конце интервала к средним значениям на интервале – этим переходом и обусловлен существенный выигрыш в точности. Погрешность аппроксимации модели $n = 0$ много больше, чем у других моделей. Эта модель работает хуже всего независимо от соотношения $\tau/\Delta t$. В интервале ($5 < \tau/\Delta t < 20$) наилучшие результаты дают модели с $n = 2$ и $n = 3$ (ошибка аппроксимации $< 5\%$).

Пример реализации алгоритма

Рассмотрим реализацию алгоритма на примере температурной истории земной поверхности, реконструированной на Урале за последние 30 000 лет (Demezhko, Shcharov, 2001).

Исходная температурная история была оцифрована с интервалом $\Delta t = 2000$ лет. В соответствии с предложенным алгоритмом (при $n = 2$ и $n = 3$) была рассчитана кривая изменения потока (рис. 6). Как видим, фор-

мы кривых $T(0, t)$ и $q(0, t)$ существенно различаются. Изменения теплового потока предшествуют изменениям температуры земной поверхности. При этом результаты реконструкции для $n = 2$ и $n = 3$ весьма близки.

Заключение

Разработан алгоритм и выведены расчетные формулы для оценки теплового потока по имеющемуся ряду изменений температуры земной поверхности, основанные на различных моделях аппроксимации температурной истории. Расчетные формулы позволяют найти мгновенные значения теплового потока через земную поверхность в дискретные моменты времени. Для уменьшения погрешности оценки предложено рассчитывать средние значения теплового потока на интервале дискретизации временной шкалы. Проанализированы погрешности реконструкции теплового потока при различном выборе моделей аппроксимации. Наименьшей погрешностью оценки тепловой истории обладают модели, аппроксимирующие температурную историю трехпараметрическим законом с $n = 2$ и $n = 3$. Разработанный алгоритм показал более высокую эффективность по сравнению с ранее предложенным (Beltrami et al., 2002; Huang, 2006). Приведен пример расчета тепловой истории зем-

ной поверхности по геотермическим данным Уральской сверхглубокой скважины.

Разработанный алгоритм может применяться в палеоклиматических исследованиях, исследованиях теплового баланса земной поверхности в различных временных масштабах.

Литература

Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.

Beltrami H., Wang J., Bras R.L. Energy Balance at the Earth's Surface: Heat Flux History in Eastern Canada // *Geophys. Res. Lett.* 2000. V. 27. No. 20. P. 3385–3388.

Beltrami H., Smerdon J.E., Pollack H. N., Huang S. Continental heat gain in the global climate system // *Geophys. Res. Lett.* 2002. V. 29. No. 8.

Demezhko D.Yu., Shchapov V.A. 80,000 years ground surface temperature history inferred from the temperature-depth log measured in the super deep hole SG-4 (the Urals, Russia) // *Global Planet. Change.* 2001. V. 29 (1–2). P. 219–230.

Demezhko D. Yu., Gornostaeva A.A., Tark-

hanov G.V., Esipko O.A. 30,000 years of ground surface temperature and heat flux changes in Karelia reconstructed from borehole temperature data // *Bull. Of Geogr.* 2013. No. 6. P. 7–25.

Huang S. Annual heat budget of the continental landmasses // *Geoph. Res. Lett.* 2006. V. 33. L04707.

Lachenbruch A., Sass J.H., Marshall B.V., Mases Jr. T.H. Permafrost, heat flow, and the geothermal regime at Prudhoe Bay, Alaska // *J. Geophys. Res.* 1982. V. 87. P. 9301–9316.

Mayocchi C.L., Bristow K.L. Soil surface heat flux: some general questions and comments on measurements // *Agricultural and Forest Meteorology.* 1995. V. 75 (1–3). P. 43–50.

Volobuev D.M. Central Antarctic climate response to the solar cycle // *Clim. Din.* 2013.

Wang J., Bras R.L. A new method for estimation of sensible heat flux from air temperature // *Water Resources Research.* 1998. V. 34 (9). P. 2281–2288.

Wang J., Bras R.L. Ground heat flux estimated from surface soil temperature // *Journal of Hydrology.* 1999. V. 216. P. 214–226.