

О КОНЦЕПЦИИ ОСОБЫХ ТОЧЕК АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И РАЗВИТИИ МЕТОДОВ ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГАСЯЩИХ ФУНКЦИЙ

Шестаков А.Ф. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. В настоящей работе рассмотрены основные этапы формирования концепции особых точек аналитического продолжения геофизических полей (в ретроспективном плане), становления и развития метода особых точек на основе формализованного применения аппарата гасящих функций, основоположником которого является Г.М. Воскобойников.

Аналитическое продолжение, особые точки, эффективные источники, гасящие функции, геофизические поля, методы интерпретации.

ON THE CONCEPT OF SINGULAR POINTS OF ANALYTICAL CONTINUATION GEOPHYSICAL FIELDS AND DEVELOPMENT METHODS OF THEIR DETERMINATION WITH USE OF EXTINGUISHING FUNCTIONS

Shestakov A.F. – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. In the present work the basic stages of formation the conception of singular points of analytical continuation geophysical fields (in the retrospective plan), formation and development of the method of singular points on the basis of formalized application the device of extinguishing functions, which founder is G.M. Voskoboynikov, are considered.

Analytical continuation, singular points, effective sources, extinguishing functions, geophysical fields, methods of interpretation.

Введение

Важную роль в формировании общей методологии и единого подхода к предмету интерпретации геофизических полей различной природы имеет концепция аналитического продолжения и особых точек (эффективных источников), которые связаны с материальным аномалиеобразующим объектом и однозначным образом определяют внешнее поле как аппроксимирующую его аналитическую функцию. При этом постановка обратной задачи с учетом этой концепции имеет свою специфику и сопряжена с проблемой устойчивого определения параметров эффективных источников по измеренному полю при отсутствии количественной априорной информации об изучаемой геосреде.

С математической точки зрения, возникающие при этом трудности алгоритмического, вычислительного и методического характера связаны с пониманием сущности обратных задач геофизики как некорректно поставленных в классическом смысле (по Адамару), что существенно усложняет процесс интерпретации аномальных полей

и геологического истолкования получаемых результатов.

Проблема нахождения решения обратной задачи, обладающего физической содержательностью и одновременно устойчивостью, долгое время оставалась открытой. Началом глубокого и всестороннего ее анализа стали работы А.Н. Тихонова (Тихонов, 1943, 1963а, 1963б), М.М. Лаврентьева (Лаврентьев, 1956, 1962), В.К. Иванова (Иванов, 1956, 1962, 1963), результаты которых привели к созданию математических основ теории решения некорректных задач и методов их регуляризации.

Основополагающий аспект этой теории заключается в том, что классические требования корректности постановки задачи вынуждены были быть переформулированы с учетом некоторых условий (ограничений), налагаемых на решение, а новая постановка (по А.Н. Тихонову) открыла возможность получения физически содержательных решений широкого круга задач математической физики, в том числе и обратных задач геофизики (Лаврентьев, 1962).

Формализованная реализация условно корректной постановки состоит в обеспечении единственности и устойчивости приближенного решения на некотором «множестве корректности» (Лаврентьев, 1962) по неточно заданным исходным данным и построении «регуляризующего» оператора решения обратной задачи с использованием так называемого «параметра регуляризации», согласованного с погрешностью задания исходных данных (Лаврентьев, 1962; Тихонов, 1963а, 1963б; Страхов, 1969 и др.).

Наиболее известны два основных подхода при конструировании регуляризующих операторов, связанных с формированием направлений развития методов решения обратных задач геофизики, имеющих отношение к проблеме аналитического продолжения геофизических полей в сторону источников и концепции особых точек. Один из них основан на использовании стабилизирующих или сглаживающих функционалов, параметры которых согласованы с уклонениями точных исходных данных.

Второй подход основан на разработке специальных (адаптивных) регуляризующих алгоритмов, в которых параметр регуляризации непосредственно участвует в построении решения обратной задачи. Этот подход стал развиваться первоначально применительно к потенциальным полям, а сама постановка обратной задачи несколько отличалась от общепринятой, поскольку не определяла построение физико-геологической модели исследуемой среды, а была нацелена на определение таких параметров, которые связаны с аномалиеобразующим объектом и наиболее полно его характеризуют при недостатке или отсутствии априорной информации.

В рамках второго подхода выделяется направление развития методов интерпретации аномалий геофизических полей, базирующихся на концепции аналитического продолжения и особых точек, которые однозначно определяют аналитическую функцию (аппроксимирующую элементы геофизического поля), а постановка обратной задачи сопряжена с проблемой

устойчивого определения множества особенностей его аналитического продолжения, однозначным образом связанных с формой и расположением материальных источников аномалии. Здесь в качестве объекта исследования принимаются сами особенности поля, которые хотя и не определяют полностью физико-геологическую модель среды, но дают интерпретатору некоторое объективное о ней представление, в ряде случаев оказывающееся достаточным (например, при поисковых геологоразведочных работах). Поскольку постановка проблемы локализации особенностей и определения их параметров не предполагает привлечения количественной априорной информации и базируется на фундаментальных принципах аналитического продолжения и концепции особых точек, то соответствующее решение обратной задачи по определению эффективных источников поля обладает «сильной единственностью» по В.Н. Страхову (Страхов, 1972).

Применение этих методов открывает дополнительные перспективы в развитии методики комплексной интерпретации геофизических полей (в условиях недостатка или отсутствия априорной информации), если рассматривать полученные данные о расположении особых точек (связанных с материальными источниками аномалии и единственным образом определяемых по измеренному полю) в качестве объективных «реперных» характеристик изучаемой геосреды и дополнительной количественной входной информации к методам, реализующим решение обратной задачи в рамках общепринятой постановки. Несмотря на то, что решение задачи в полном объеме при таком подходе будет удовлетворять условию «слабой единственности» по В.Н. Страхову, оно, однако, будет обладать существенно большей достоверностью, а окончательное построение физико-геологической модели среды потребует значительно меньших усилий и времени.

Таким образом, концепция аналитического продолжения и особых точек (эффективных источников) поля играет

важную роль и в развитии комплексного методического подхода к проблеме интерпретации геофизических данных.

1. О формировании концепции особых точек

Первым шагом на пути к возникновению этой концепции (применительно к потенциальным полям) явились результаты А.А. Заморева (Заморев, 1939, 1941, 1942) при исследовании двумерной обратной задачи теории потенциала. В частности, впервые возникло представление об особых точках, через которые аналитическое продолжение гравитационных и магнитных полей становится невозможным. Вторым шагом послужили работы Б.А. Андреева (Андреев, 1947, 1949, 1955), давшие начало направлению, учитывающему взаимосвязь особых точек геофизических полей, аналитически продолженных в нижнее полупространство, с источниками этих полей. В общем подходе к проблеме анализа решений дифференциальных уравнений эллиптического типа с установлением роли особых точек как инвариантов для аналитических функций (позволяющих их охарактеризовать своими особенностями и всесторонне исследовать) истоки этого направления восходят к работе С.Н. Бернштейна (Бернштейн, 1956).

Первоначально концепция особых точек аналитического продолжения формировалась применительно к двумерным потенциальным полям, допускающим эффективное их исследование с помощью хорошо разработанного мощного аппарата теории функций комплексного переменного. Началом глубокого и всестороннего анализа проблемы, приведшего к становлению этой концепции, явились работы (Страхов, 1959, 1960, 1962а, 1962б, 1965, 1967; Голиздра, 1962, 1963, 1968; Цирульский, 1963, 1964; Цирульский, Сиротин, 1964; Шалаев, 1962 и др.). В основополагающей работе (Страхов, 1962а) обосновано утверждение о том, что из значений наблюдаемого геофизического поля в принципе нельзя извлечь другой объективной информации, кроме как информации о расположении особых точек поля и их харак-

теристиках, ибо ими и только ими определяется всякая потенциальная функция. Вместе с тем граница возмущающего тела, равно как его физические свойства, не определяемы без дополнительной информации, за исключением того частного случая, когда все его граничные точки – суть особые.

Фундаментальная роль в решении проблемы о связи особых точек двумерного потенциального геофизического поля с геометрическими характеристиками аномалиеобразующего объекта принадлежит исследованиям А.В. Цирульского (Цирульский, 1963, 1964 и др.), где установлено прямое соответствие между множеством особенностей аналитически продолженного комплексного логарифмического потенциала и особенностями функции, определяющей уравнение контура сечения возмущающего объекта.

Дальнейшее исследование различных аспектов этой проблемы в области потенциальных полей освещается в последующих работах тех же и других авторов, что привело к констатации следующих основных выводов:

1. Аномальное поле, порождаемое аналитическим распределением его источников, расположенных в области D , ограниченной кусочно-аналитической поверхностью, допускает аналитическое продолжение внутрь области через любой аналитический кусок ее поверхности.

2. Множество точек, через которые аналитическое продолжение внешнего поля осуществить невозможно, является «особым» (множеством особых точек). В частности, линии смыкания аналитических кусков поверхности являются особыми линиями, а их концы – особыми точками.

Примечание: При некоторых специфических распределениях источников поля (имеющих исчезающую плотность в точках смыкания аналитических дуг) или в случае сложной многосвязной границы области (при пересечении нескольких аналитических дуг под определенными углами в одной точке), рассматриваемая точка не будет являться особой в классическом понимании (Никонова, Цирульский, 1975). Однако этот случай имеет больше теоретическое значение и, как правило, не учитывается в практике интерпретации

3. Если вся граница области D является аналитической, то аналитическое продолжение внешнего поля осуществимо через любую точку поверхности, а его особые точки располагаются строго внутри области.

4. Регистрируемое внешнее поле, возбуждаемое аналитическим распределением источников, однозначно определяется множеством особых точек его аналитического продолжения.

5. Поверхность, ограничивающая область распределения источников поля, в принципе не может быть определена без привлечения априорной или дополнительной информации, за исключением того случая, когда она является множеством особых точек аналитического продолжения внешнего поля.

Для теоретической геофизики эти выводы устанавливали принципиальную неоднозначность решения обратной задачи в классической ее постановке, что было очевидным для наиболее простых случаев распределения источников (семейство концентрических однородных шаров, софокусных эллипсоидов, круговых цилиндров и т. п., которые при соответствующем подборе плотности или намагниченности порождают одно и то же аномальное поле, но в то же время имеют различную границу). В связи с этим, фундаментальное значение для геофизики имеет теория эквивалентных семейств решений, предпосылки которой были заложены В.К. Ивановым, а неоценимый вклад в разработку ее основополагающих аспектов внесли А.В. Цирульский и В.Н. Страхов.

Из нее, в частности, следует, что полное решение обратной задачи теории потенциала (определение как границы объекта, так и его физических свойств) возможно только в том случае, если мы располагаем некоторым объемом априорной информации об исследуемом объекте (сводящейся в частных случаях к постулированию определенных физических свойств объекта или заданию некоторых точек границы области, занятой источниками аномального поля).

Таким образом, наряду с общепринятой постановкой обратной задачи, назрела необходимость в выделении и исследовании таких систем параметров, которые однозначно определяются по измеренному полю (при отсутствии какой-либо априорной информации) и в то же время позволяют получить достаточно полное представление об аномалиеобразующем объекте. Одной из таких систем параметров является множество особенностей аналитического продолжения внешнего поля, элементы которого известным образом связаны с формой и расположением его физических источников.

В связи с этим, формулируя предмет обратной задачи гравимагниторазведки в новой постановке, В.Н. Страхов делает вывод о том, что «наиболее мощными методами интерпретации должны быть методы отыскания особых точек потенциальных функций по ее известным значениям» (Страхов, 1962а, 1962б). В этих же работах, в аспекте развития общей методологии интерпретации потенциальных полей, обсуждается эффективность аналитического продолжения для локализации особенностей поля, предопределившего один из возможных и реализуемых на практике способов обнаружения особых точек.

Применительно к волновым электромагнитным и сейсмическим полям актуальность концепции достаточно убедительно обоснована М.С. Ждановым в работах (Жданов, 1974, 1975 и др.), где показано, что тип и расположение в пространстве особых точек, линий и поверхностей аналитического продолжения электромагнитного поля (как и в потенциальном случае) определяется формой поверхности геоэлектрических неоднородностей. Глубоко идущая аналогия между характером особенностей потенциальных и волновых геофизических полей усматривается также при исследовании продолжения сейсмического поля. В этом случае особые точки представляют собой центры дифракции упругих волн, связанные с формой поверхности рассеивающего тела.

По аналогии с потенциальными полями, М.С. Жданов ввел и обосновал понятие «эффективного источника», которое «может быть расширено и перенесено на другие непотенциальные геофизические поля» (Жданов, 1974). По своей сущности эффективные источники непотенциальных полей представляют собой не что иное, как избыточные (индуцируемые в геоэлектрических неоднородностях) электрические или магнитные токи (в электроразведке) или центры дифракции упругих волн (в сейсморазведке). Как в том, так и в другом случае они представимы в виде суперпозиции мультиполей различного порядка, первыми из которых являются электрические и магнитные диполи (элементарные электромагнитные источники) или точечные источники излучения упругих волн («колеблющаяся» сила и др.). В этой же работе сделан основополагающий вывод о том, что эффективные источники геофизических полей (не только потенциальных, но и волновых электромагнитных и сейсмических), во-первых, однозначно определяют аномальные поля, а во-вторых, однозначным образом могут быть определены по ним и, как следствие этого, «представляют собой прямые данные, бесспорно вытекающие из физической сущности рассматриваемых полей».

Таким образом, М.С. Ждановым обоснована возможность единого подхода к проблеме интерпретации аномальных геофизических полей различной природы, не требующего никакой априорной информации об исследуемом объекте и основанного на поиске эффективных источников аномалий с помощью аналитического (или обращенного во времени – для нестационарных волновых полей) продолжения в нижнее полупространство регистрируемых элементов поля.

2. Основные этапы формирования и развития метода особых точек с использованием формализма гасящих функций

Интегральные преобразования с ядром из «гасящих функций»

Весомый вклад в формирование прямых методов, нацеленных на определение

некоторых объективных характеристик аномалиеобразующего объекта по измеренному внешнему полю и не использующих при этом априорной информации, имеет подход, основанный на формализме «гасящих функций», в том числе оригинальной функции Карлемана, сыгравшей важную роль в развитии теории решения некорректных задач математической физики и способов их регуляризации.

В частности, М.М. Лаврентьев при решении задачи Коши для уравнения Лапласа впервые применил функцию Карлемана (обладающую гасящими свойствами) в качестве регуляризирующего элемента, позволяющую построить эффективное устойчивое решение для двумерного и трехмерного уравнений Лапласа (Лаврентьев, 1962).

С использованием формализма гасящих функций комплексного переменного Г.М. Воскобойников (Воскобойников, 1962, 1965) развил фундаментальный результат В.К. Иванова по обратной задаче теории потенциала (Иванов, 1956) и получил ряд важных с практической точки зрения результатов, представляющих геофизический интерес. Одним из них является устойчивое решение задачи локализации наименьшей (в некотором классе) области особенностей двумерного потенциального поля, ближайшей к поверхности Земли. В отличие от алгоритма В.К. Иванова, в качестве ядра интегрального преобразования использовалась двумерная гасящая функция, позволяющая проводить интегрирование по конечному отрезку, на котором известны исходные данные задачи, и одновременно освободиться от нежелательной гипотезы ограниченности области распределения источников поля. Сформулированы условия, необходимые и достаточные для устойчивого решения задачи, и выработан критерий оптимальной точности результата на основе анализа аналитической структуры вклада в изображение поля различных его особенностей.

В дальнейшем показана принципиальная возможность использования разработанного алгоритма к задаче локализации

особенностей трехмерных потенциальных полей (Воскобойников, Сиротин, 1965). Применимость изложенного ранее математического аппарата двумерной задачи базируется на теореме Эрдейи, устанавливающей взаимно-однозначное соответствие между простой областью регулярности трехмерной аксиально-симметричной (относительно профиля наблюдений) гармонической функции и простой областью регулярности функции комплексного переменного, имеющей на этом профиле те же значения. Последнее позволяет выделить трехмерную область регулярности исследуемого поля по его известным значениям на прямолинейном участке профиля.

Вследствие этого пространственная задача о локализации особенностей сводится к двумерной и решается путем построения «поверхности минимальных глубин», полученной в результате комбинирования единичных решений при различных положениях профиля наблюдений.

Для формализованного описания области особенностей аналитического продолжения потенциальных полей Г.М. Воскобойников ввел понятие «эффективных источников поля, сосредоточенных в его особенностях» и обосновал их соответствие прообразам реальных физических источников аномалий, распределенных ниже земной поверхности с некоторой конечной плотностью.

В этих же работах рассмотрен и другой подход к проблеме локализации особенностей поля, основанный на прямом определении их характеристик с использованием функции Карлемана в качестве ядра интегрального преобразования комплексного логарифмического потенциала.

В частности, разработан алгоритм вычисления обобщенных моментов распределения локальных источников, которые (кроме координат особенностей поля) содержат информацию о «мощности» (избыточной массе или магнитном моменте сечения) аномалиеобразующего объекта и некоторых его геометрических характеристиках.

О методе особых точек для потенциальных полей в двумерной постановке с использованием гасящей функции комплексного переменного

Теоретические предпосылки метода особых точек (Воскобойников, 1962, 1965; Воскобойников, Сиротин, 1965) явились фундаментом для его становления и развития, базирующемся на использовании гасящей функции комплексного переменного конкретного вида в качестве ядра интегрального преобразования элементов поля (Воскобойников, Начапкин, 1969).

Основное предназначение гасящей функции состоит в том, чтобы в интегральных преобразованиях можно было свести интегрирование по всей границе области к интегралу лишь по наземной части границы (контур – в двумерной постановке), где известны исходные данные задачи. Кроме того, она должна быть сконструирована таким образом, чтобы полученное преобразование (называемое «изображением поля») описывало в явном виде вклады типичных особенностей поля и допускало практическую возможность количественного определения их параметров, представляющих геофизический интерес. И наконец, поскольку задача определения особых точек геофизических полей является некорректной (условно корректной) задачей математической физики, то при построении регуляризующего оператора решения на основе формализма гасящих функций важно было определить множество корректности, на котором достигается устойчивость реализующего его вычислительного алгоритма.

В этой работе изложены как теоретические аспекты двумерного варианта метода особых точек, так и методические приемы его непосредственного применения для интерпретации геопотенциальных полей. В частности, Г.М. Воскобойниковым и Н.И. Начапкиным разработан устойчивый алгоритм решения задачи, основанный на вычислении контурного интеграла при различных последовательных значениях параметра регуляризации (определяющего степень затухания гасящей функции с удалением от ее полюса),

зависящего от точности входных данных. Установлена взаимосвязь между наиболее типичными классами форм аномалиеобразующих объектов и параметрами ближайших особых точек, им соответствующим. Разработана принципиальная вычислительная схема алгоритма, позволяющего определять основные числовые характеристики особых точек: комплексную координату в вертикальной плоскости, тип и мощность.

Важнейшим из них является понятие параметра «типа» особенности, который однозначно связан с геометрическими характеристиками аномалиеобразующего объекта, и его в принципе невозможно определить исходя из процедуры аналитического продолжения.

С целью выделения физически содержательных решений задачи из всего множества допустимых решений был предложен корреляционный метод их обработки, основанный на том, что значение полярного угла, определяющего направление на ближайшую особенность поля в разрезе, не зависит от ее типа и может быть вычислено независимо от других параметров. Это дало возможность выделять группы взаимно-коррелирующихся направлений на отдельные особые точки, расположенные на конечном (не произвольно малом) расстоянии между собой для последующего определения их параметров.

При этом вопрос о локализации особых точек в пространстве окончательно решался с учетом повторного определения их параметров при различных положениях профиля наблюдений. В дальнейшем метод был опробован на большом количестве теоретических, модельных и практических примеров и положительно зарекомендовал себя при интерпретации сложных квазидвумерных аномалий (Начапкин, 1976; Воскобойников, Начапкин, 1977, 1980).

Не умаляя безусловных достоинств двумерного варианта метода (определение как координат особой точки, так и ее типа и мощности), тем не менее следует отметить некоторые ограничения области его применения для интерпретации выраженных трехмерных аномалий, когда характер

аномалии не позволяет рассчитывать на то, что получаемые единичные результаты при различных положениях профиля соответствуют одной и той же особенности поля, и сведение задачи к двумерной приводит к потере части информации.

Все это обусловило необходимость разработки нового трехмерного подхода к проблеме определения особенностей гравитационных и магнитных полей, позволяющего непосредственно вычислять пространственные координаты особых точек и определять их параметры, соответствующие трехмерным аномалиеобразующим объектам, а также распространения этого подхода на геофизические поля иной природы, в частности, волновые электромагнитные и сейсмические, возбуждаемые в гармоническом режиме.

О развитии метода особых точек в трехмерной постановке для потенциальных и волновых геофизических полей

Математическую основу трехмерного подхода также составили интегральные преобразования элементов поля с ядром из гасящих функций, позволяющих проводить интегрирование по ограниченному участку поверхности, на котором известны исходные данные задачи – «данные Коши» – значения элемента исследуемого поля и его производной по нормали к поверхности, отождествляемой с границей раздела земля-воздух (Воскобойников, Шестаков, 1982). Практически оказывается, что для их формирования достаточно иметь геофизические данные измерений одной составляющей потенциального поля (гравитационного или магнитного), либо двух составляющих напряженности электромагнитного поля, возбуждаемого в гармоническом режиме.

В отличие от двумерного подхода, базирующегося на аппарате теории функций комплексного переменного (ТФКП), дальнейшее развитие общей теории метода в трехмерной постановке, в частности, определение вкладов типичных особенностей в изображение поля и разработка регуляризирующего алгоритма решения задачи по определению их параметров основано на

применении второй формулы Грина (для полей, удовлетворяющих уравнениям Лапласа и Гельмгольца) к элементу поля U и гасящей функции V по области Ω , включающей исследуемую неоднородность D (рис. 1).

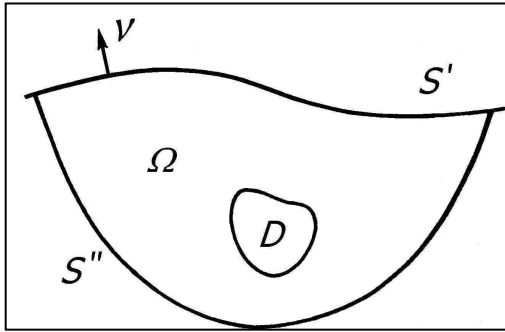


Рис. 1. Схема расположения аномалиеобразующего объекта D во вмещающей области Ω , ограниченной поверхностями S' и S'' . v – вектор внешней нормали

В работе (Воскобойников, Шестаков, 1982) сформулированы требования, налагаемые на гасящие функции, удовлетворяющие уравнениям эллиптического типа в заданной области их регулярности. В основе построения их конкретного аналитического вида лежит метод разделения переменных (в сферических координатах), с помощью которого находят частные решения уравнений Лапласа и Гельмгольца, обладающие необходимыми «гасящими» свойствами, чтобы можно было пренебречь вкладом в изображение поля от интеграла по подземной части границы S'' . По аналогии с двухмерной постановкой, помимо координат, трехмерные гасящие функции зависят от целочисленного параметра n , играющего роль параметра регуляризации решения рассматриваемой условно корректной задачи определения параметров особых точек.

В этой работе изложены также основные конструктивные элементы определения вкладов различных особенностей для полей, описываемых уравнениями Лапласа и Гельмгольца, исходя из соответствующих им фундаментальных решений, и принципы построения вычислительного

алгоритма для определения координат, типа и элементов ориентировки особенности в пространстве трех измерений, что привело в конечном итоге к созданию трехмерного варианта метода особых точек (Воскобойников, Шестаков, 1985).

Приведенные выше аспекты трехмерного варианта метода гасящих функций могут составить основу для разработки алгоритма определения особенностей сейсмического поля (в частности зон дифракции) по исходным данным, допускающим предварительное выделение гармонической составляющей поля смещений (или скоростей смещений), соответствующих чисто продольной или чисто поперечной волне. Однако на практике это не всегда оказывается возможным, поэтому в работе (Воскобойников, Шестаков, 1984) удалось распространить теорию трехмерного варианта метода применительно к векторному уравнению Ламе (при гармоническом характере зависимости от времени), которое описывает поле смещений суммарных упругих колебаний среды.

Математическую основу подхода к определению особенностей векторного поля смещений составила вторая формула Бетти, примененная к вектору смещений и гасящей вектор-функции по области Ω , позволяющая реализовать основную идею выполнения интегрирования по ограниченному участку поверхности земли S' – там, где известны исходные данные задачи.

Для сейсмического поля аналогом нормальной производной в исходных данных выступает вектор напряжений, которым можно пренебречь при физически обоснованных предположениях. В результате в качестве исходных данных выступает лишь один элемент данных Коши – комплексная амплитуда вектора смещений, либо (связанный с ним) вектор скорости смещений, заданные на S' .

В работе (Воскобойников, Шестаков, 1984) предложен оригинальный способ построения гасящей вектор-функции в виде градиента соответствующей скалярной функции для уравнения Гельмгольца (с волновым числом, зависящим от парамет-

ров Ламе, плотности среды и круговой частоты колебаний сейсмического поля), которая обладает всеми необходимыми гасящими свойствами и позволяет реализовать основные конструктивные элементы регуляризирующего алгоритма решения поставленной задачи. На примере изображения поля для элементарного источника колебаний – гармонически изменяющейся сосредоточенной силы установлена связь с изображением поля дипольного источника в задаче для скалярного уравнения Гельмгольца и показана принципиальная возможность конструирования изображения поля источников более сложной структуры для последующего определения их элементов залегания.

Дальнейшее развитие метода определения особых точек на основе формализма гасящих функций происходило применительно к электромагнитному полю, возбуждаемому в гармоническом режиме или допускающем выделение гармонической составляющей из наблюдаемых данных (например, из данных магнитотеллурического или магнитовариационного профилирования).

В работах (Хачай, Шестаков, 1988, 1990) решен ряд методических вопросов, касающихся оптимизированной технологии подготовки исходных данных задачи по одному только элементу данных Коши и обоснованы отдельные элементы методики интерпретации электромагнитного поля, возбуждаемого в сложнопостроенных средах, продемонстрированные на модельных примерах. Как показала опытная апробация метода, применение его для интерпретации данных измерения двумерного электромагнитного поля возможно, однако требует такого же количества времени и оперативной памяти ЭВМ для решения задачи, что и для трехмерного, поскольку используемое интегральное преобразование элементов поля учитывает трехмерный характер соответствующей гасящей функции.

В связи с этим, разработана отдельная теория определения особых точек электромагнитного поля в двумерной постановке

(в однородной и слоистой вмещающих средах), на основе которой созданы двумерные варианты метода для интерпретации профильных данных. В работах (Шестаков, 1990а, 1990б) изложены физико-математические основы метода, структура алгоритма решения задачи определения параметров особых точек и принципы построения вычислительной схемы по его реализации.

Приводятся результаты модельного опробования вариантов метода по данным, рассчитанным в прямой задаче магнитотеллурического профилирования, на примерах возбуждения *E*-поляризованной плоской волной структурных моделей различных объектов, расположенных в однородном и двухслойном полупространстве.

3. О перспективах развития методики интерпретации экспериментальных данных с использованием метода особых точек

Есть основания ожидать, что в условиях недостатка априорной информации применение метода особых точек может открыть дополнительные перспективы для развития методики комплексной интерпретации аномалий геофизических полей различной природы, построенную на принципе аналогий, поскольку прямые данные о расположении и характеристиках особенностей «не требуют построения априорной модели объекта» (Жданов, 1974) и могут быть определены в рамках единого методического подхода.

В дальнейшем полученная информация об эффективных источниках может использоваться как самостоятельно (при поисковых геолого-разведочных работах), так и в комплексировании с другими методами, реализующими итеративным образом решение обратной задачи в полном объеме, например, методом подбора с построением эквивалентных семейств решений (Цирульский, Никонова, Федорова, 1980), предоставляя возможность более близкого и адекватного выбора начального приближения (с учетом полученных данных о локализации и параметрах особых точек поля), ускоряющего процесс подбора

и построения физико-геологической модели среды.

Информация о расположении и типе особенностей аналитического продолжения будет способствовать обоснованному установлению класса допустимых объектов при реализации этапа подбора электромагнитных аномалий полями сингулярных источников для последующего решения обратной задачи на основе полученных интегральных или интегродифференциальных уравнений (Мартышко, 1989, 1990, 1994, 1996 и др.; Хачай, 1989, 1990 и др.; Шестаков, 1996).

Эта информация может также использоваться в качестве дополнительной в других методах интерпретации геофизических полей, поскольку позволяет осуществить «привязку» получаемых в них решений с реперными характеристиками особых точек, однозначным образом связанных с физическими источниками аномалий. Так, например, при интерпретации аномалий геопотенциальных полей с использованием системы «VECTOR» (Новоселицкий, Простолупов, 1999) информация о пространственной локализации особых точек дает возможность осуществить оптимальный выбор параметра трансформации для последующей визуализации данных площадных исследований и установления детального местоположения аномалиеобразующих объектов (Мартышко и др., 2001; Новоселицкий и др., 2001).

С целью выяснения принципиальных возможностей метода особых точек для локализации глубинных источников, перекрытых слоем приповерхностных неоднородностей, была опробована методика комплексной интерпретации, состоящая в следующем.

На первом этапе выделяется гравитационное поле от источников в заданном слое, ниже которого предстоит локализовать глубинные неоднородности. Алгоритм такого выделения и практическая его реализация на одном из северных участков Соликамской впадины подробно описан в работе (Мартышко и др., 2002). Предвари-

тельная интерпретация методом особых точек позволяет локализовать ближайшие особенности для более достоверной оценки мощности приповерхностного слоя и выделения его вклада в наблюдаемом поле.

На втором этапе решается задача определения источников поля, образованного вычитанием из наблюдаемого поля эффекта от приповерхностного слоя. При этом разностное поле приобретает более регулярную морфологию, по которой обоснованно можно судить о наличии или отсутствии глубинных аномалиеобразующих объектов, расположенных под приповерхностным слоем. Если аномальный эффект достаточно хорошо выражен, то использование метода особых точек позволяет выявить ближайшие (к подошве приповерхностного слоя) особенности поля, связанные с глубинными плотностными неоднородностями среды.

Опробование приведенной выше технологии комплексной интерпретации аномалий гравитационного поля на одном из участков Соликамской впадины позволило пространственно локализовать особенности поля, а по вычисленным значениям их типа определить основные характерные особенности приповерхностных и глубинных аномалиеобразующих объектов (Шестаков, 2005, 2006).

Практическое применение разработанных вариантов метода особых точек для интерпретации электромагнитных аномалий в настоящее время сдерживает отсутствие необходимых исходных данных, предусмотренных постановкой задачи, – комплексных амплитуд (или модульно-фазовых измерений) напряженности электромагнитного поля, возбуждаемого в гармоническом режиме контролируемым источником (в методах индукционной электроразведки), либо выделенных гармонических составляющих по синхронно измеряемым данным регистрации элементов электромагнитного поля на профиле или площади (в методах магнитотеллурического или магнитовариационного профилирования).

Заключение

Рассмотренные выше аспекты, касающиеся проблемы исследования особенностей аналитического продолжения потенциальных и волновых геофизических полей, позволяют констатировать, что использование формализма гасящих функций дало возможность осуществить единый методический подход к определению параметров особых точек геофизических полей, описываемых уравнениями Лапласа, Гельмгольца и Ламе на основе строгого решения рассматриваемой условно-корректной задачи в соответствующей постановке (двух- или трехмерной).

Разработанные варианты метода особых точек для интерпретации аномалий потенциальных (гравитационного, магнитного) полей и волнового электромагнитного поля, возбуждаемого в гармоническом режиме, успешно опробованы на ряде теоретических, модельных и практических примеров и показали достаточно высокую результативность как при независимой интерпретации данных измерений, так и в комплексировании с другими методами интерпретации аномалий геофизических полей.

Вместе с тем, не следует рассматривать метод особых точек как универсальный аппарат, пригодный для интерпретации геофизических данных в произвольной физико-геологической обстановке. Как и другие методы, он имеет свою достаточно ограниченную область применения. В частности, метод особых точек заведомо малоэффективен при интерпретации полей, создаваемых структурными неоднородностями среды с плавными границами, так как особые точки таких полей обычно расположены вдали от границ исследуемых структур и связаны с ними сложной зависимостью. В то же время при интерпретации полей, обусловленных структурами типа сбросов, разломов, а также локальными аномалиеобразующими объектами, метод может быть достаточно эффективен. В частности, это практически доказано применительно к интерпретации магнитных

аномалий, связанных с железорудными месторождениями.

Формализованное применение гасящих функций в качестве ядра интегральных преобразований элементов поля приводит к тому, что при получении числовых характеристик особых точек, метод позволяет полностью освободиться как от влияния регионального фона или нормального поля, так и влияния соседних аномалиеобразующих объектов, позволяя проводить поэлементную расшифровку источников сложных аномалий с получением информации об их местоположении и характеристиках, которая может использоваться как самостоятельно, так и в качестве дополнительной к другим методам, что расширяет перспективы совершенствования методики комплексной интерпретации экспериментальных данных, повышающей достоверность построения геолого-геофизической модели изучаемой среды.

Литература

- Андреев Б.А.* Расчеты пространственного распределения потенциальных полей и их использование в разведочной геофизике. I // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1947. № 1. С. 8–16.
- Андреев Б.А.* Расчеты пространственного распределения потенциальных полей и их использование в разведочной геофизике. II // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1949. № 3. С. 43–50.
- Андреев Б.А.* Определение поверхности кристаллического фундамента платформенных областей по магнитным аномалиям // Прикладная геофизика. М.: Гостоптехиздат, 1955. Вып. 13. С. 80–98.
- Бернштейн С.Н.* Аналитическая природа решений дифференциальных уравнений эллиптического типа. Харьков: ХГУ, 1956. 95 с.
- Воскобойников Г.М.* Функция Карлемана и ее применение к решению некоторых задач геофизики // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1962. № 11. С. 1579–1590.
- Воскобойников Г.М.* Интегральные преобразования и расположение особенностей логарифмического потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1965. № 1. С. 76–89.

- Воскобойников Г.М., Сиротин М.И.* Об определении особенностей аналитического продолжения потенциальных полей // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1965. № 12. С. 21–30.
- Воскобойников Г.М., Начапкин Н.И.* Метод особых точек для интерпретации потенциальных полей // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1969. № 5. С. 24–39.
- Воскобойников Г.М., Начапкин Н.И.* Теоретические предпосылки и опыт применения метода особых точек к интерпретации сложных магнитных аномалий // Теория и практика применения аналитических методов интерпретации и математического моделирования геофизических полей. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1977. С. 3–21.
- Воскобойников Г.М., Начапкин Н.И.* Методические рекомендации по применению метода особых точек для интерпретации потенциальных полей. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1980. 130 с.
- Воскобойников Г.М., Шестаков А.Ф.* Метод гасящих функций и его применение для определения особых точек геофизических полей, удовлетворяющих трехмерным уравнениям Лапласа и Гельмгольца // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1982. № 3. С. 62–75.
- Воскобойников Г.М., Шестаков А.Ф.* О методе особых точек применительно к интерпретации сейсмических данных // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. № 3. С. 35–40.
- Воскобойников Г.М., Шестаков А.Ф.* Метод особых точек для интерпретации геофизических полей, удовлетворяющих трехмерным уравнениям Лапласа и Гельмгольца // Алгоритмы, методика и результаты интерпретации геофизических данных. Киев: Наукова думка, 1985. С. 109–112.
- Голыздра Г.Я.* О связи особых точек гравитационного потенциала с формой возмущающих масс // Вторая конференция молодых геологов Украины. Киев: АН УССР, 1962. С. 127–129.
- Голыздра Г.Я.* О связи особых точек гравитационного потенциала с формой возмущающих масс // Геофизический сборник АН УССР, 1963. Вып. 5 (7). С. 3–9.
- Голыздра Г.Я.* Об особых точках аналитического продолжения производных гравитационного потенциала // Геофизический сборник АН УССР, 1968. Вып. 23. С. 16–27.
- Жданов М.С.* О едином подходе к проблеме интерпретации геофизических аномалий на основе методов продолжения полей // Геология и геофизика. 1974. № 10. С. 129–137.
- Жданов М.С.* Вопросы теории интерпретации глубинных электромагнитных аномалий на основе методов аналитического продолжения // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1975. № 9. С. 59–73.
- Заморев А.А.* Об интерпретации значений производных магнитного потенциала возмущающих масс // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1939. № 6. С. 185–191.
- Заморев А.А.* Исследование двумерной обратной задачи теории потенциала // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1941. № 4–5. С. 487–500.
- Заморев А.А.* Определение форм тела по производным внешнего гравитационного потенциала // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1942. № 1–2. С. 48–54.
- Иванов В.К.* Распределение особенностей потенциала и пространственный аналог теоремы Поляна // Математический сборник. Новая серия. 1956. Т. 40 (82). № 3. С. 319–338.
- Иванов В.К.* О линейных некорректных задачах // Докл. АН СССР. 1962. Т. 145. № 2. С. 270–272.
- Иванов В.К.* О некорректно поставленных задачах // Математический сборник. Новая серия. 1963. Т. 61. № 2. С. 211–223.
- Лаврентьев М.М.* О задаче Коши для уравнения Лапласа // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1956. Т. 20. № 6. С. 53–60.
- Лаврентьев М.М.* О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: СО АН СССР, 1962. 92 с.
- Мартышко П.С.* Уравнения обратных задач с явно заданным оператором для переменных электромагнитных полей // Применение математических методов и ЭВМ при обработке информации на геологоразведочных работах. Челябинск, 1989. С. 102.
- Мартышко П.С.* Интегриродифференциаль-

- ные уравнения обратных задач для переменных электромагнитных полей // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1990. № 5. С. 55–62.
- Мартышко П.С.* Об интерпретации электромагнитных данных // Геофизика. 1994. № 4. С. 41–46.
- Мартышко П.С.* Обратные задачи электромагнитных геофизических полей. Екатеринбург: УрО РАН, 1996. 144 с.
- Мартышко П.С., Новоселицкий В.М., Пруткин И.Л., Шестаков А.Ф.* Проблема разделения источников и решения обратных задач геопотенциальных полей в системе «VECTOR» с целью решения поисково-разведочных и экологических задач // Моделирование стратегии и процессов освоения георесурсов. Волгоград-Пермь, 2001. С. 12–13.
- Мартышко П.С., Новоселицкий В.М., Пруткин И.Л., Шестаков А.Ф.* О разделении источников гравитационного поля по глубине // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы 29-й сессии Междунар. семинара им. Д.Г. Успенского. Екатеринбург: УГГГА, 2002. Ч. 1. С. 19–25.
- Начапкин Н.И.* О возможностях метода особых точек при интерпретации магнитных полей // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1976. № 5. С. 59–70.
- Никонова Ф.И., Цирульский А.В.* К вопросу о граничных особых точках логарифмического потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1975. № 6. С. 76–80.
- Новоселицкий В.М., Простолупов Г.В.* Векторная обработка гравиметрических наблюдений с целью обнаружения и локализации источников аномалий // Геофизика и математика: Материалы 1-й Всерос. конф. М.: ОИФЗ РАН, 1999. С. 104–107.
- Новоселицкий В.М., Мартышко П.С., Бычков С.Г., Шестаков А.Ф., Щербинина Г.П., Простолупов Г.В.* Математические и геологические проблемы в системе «VECTOR» // Геофизика и математика: Материалы второй Всерос. конф. Пермь: Горный институт УрО РАН, 2001. С. 240–247.
- Страхов В.Н.* Об аналитическом продолжении двумерных магнитных полей // Докл. АН СССР. 1959. Т. 126. № 5. С. 987–989.
- Страхов В.Н.* Опыт интерпретации магнитных аномалий КМА методом построения изолиний DZ в вертикальной плоскости // Прикладная геофизика. 1960. Вып. 27. С. 116–130.
- Страхов В.Н.* О путях построения математической теории интерпретации магнитных и гравитационных аномалий // Прикладная геофизика. 1962а. Вып. 35. С. 95–128.
- Страхов В.Н.* Аналитическое продолжение двумерных потенциальных полей и его использование для решения обратной задачи магнитной и гравитационной разведки I. II // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1962б. № 3. С. 307–316; № 4. С. 491–505.
- Страхов В.Н.* Об определении расположения особенностей потенциальных функций // Прикладная геофизика. 1965. Вып. 44. С. 132–161.
- Страхов В.Н.* К теории интерпретации магнитных и гравитационных аномалий на основе аналитического продолжения // Докл. АН СССР. 1967. Т. 176. № 5. С. 49–53.
- Страхов В.Н.* Теория приближенного решения линейных некорректных задач в гильбертовом пространстве и ее использование в разведочной геофизике. Ч. I-II // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1969. № 8. С. 30–54; № 9. С. 64–97.
- Страхов В.Н.* К вопросу о единственности решения плоской обратной задачи теории потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1972. № 2. С. 38–49.
- Тихонов А.Н.* Об устойчивости обратных задач // Докл. АН СССР. 1943. Т. 39. № 5. С. 195–198.
- Тихонов А.Н.* О решении некорректных задач и методе регуляризации // Докл. АН СССР. 1963а. Т. 151. № 3. С. 501–504.
- Тихонов А.Н.* О регуляризации некорректно поставленных задач // Докл. АН СССР. 1963б. Т. 153. № 1. С. 49–52.
- Хачай О. А., Шестаков А. Ф.* О некоторых вопросах методики интерпретации переменных электромагнитных полей методом особых точек // Методы интерпретации и моделирования геофизических полей: Сб. науч. трудов. Свердловск: УрО АН СССР,

1988. С. 44–55.

Хачай О.А. Об интерпретации двумерных переменных и трехмерных стационарных аномалий электромагнитного поля // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1989. № 10. С. 50–58.

Хачай О.А. О решении обратной задачи для трехмерных переменных электромагнитных аномалий // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1990. № 2. С. 55–59.

Хачай О.А., Шестаков А.Ф. Об интерпретации методом особых точек двумерных аномалий переменного электромагнитного поля // Геология и геофизика. 1990. № 5. С. 130–133.

Цирульский А.В. О некоторых свойствах комплексного логарифмического потенциала однородной области // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1963. № 7. С. 1072–1075.

Цирульский А.В., Сиротин М.И. К вопросу об аналитическом продолжении логарифмического потенциала // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1964. № 1. С. 105–109.

Цирульский А.В. О связи задачи об аналитическом продолжении логарифмического потенциала с проблемой определения границ возмущающей области // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1964. № 11. С. 1693–1696.

Цирульский А.В., Никонова Ф.И., Федорова Н.В. Метод интерпретации гравитационных и магнитных аномалий с построением эквивалентных семейств решений. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1980. 136 с.

Шестаков А. Ф. Метод особых точек для интерпретации двумерных монохроматических электромагнитных полей // Изв. АН

СССР. Физика Земли. 1990а. № 2. С. 60–72.

Шестаков А.Ф. Двумерный электромагнитный вариант метода особых точек для слоистых сред // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1990б. № 5. С. 62–69.

Шестаков А.Ф. Уравнения ТОЗ для монохроматического ЭМ поля с учетом границы раздела двух сред // Теория и практика интерпретации данных электромагнитных геофизических методов: Доклады Российской конф. Екатеринбург: Наука Урал отд., 1996. С. 65–68.

Шестаков А.Ф. Некоторые вопросы методики интерпретации аномалий гравитационного поля трехмерным вариантом метода особых точек // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы 32-й сессии Междунар. семинара им. Д.Г. Успенского. Пермь: Горный институт УрО РАН, 2005. С. 289–291.

Шестаков А.Ф. Некоторые аспекты методики интерпретации аномалий гравитационного поля по локализации глубинных источников методом особых точек // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: Материалы 33-й сессии Междунар. семинара им. Д.Г. Успенского. Екатеринбург: Институт геофизики УрО РАН, 2006. С. 426–431.

Шалаев С.В. Об использовании особых точек потенциальных полей при интерпретации геофизических данных // Прикладная геофизика. 1962. Вып. 33. С. 132–154.