

О ВОЗМОЖНОСТИ МГД-ГЕНЕРАЦИИ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА СТАДИИ АККУМУЛЯЦИИ ЗЕМЛИ

Хачай Ю.В. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. В работе исследуется возможность развития МГД-динамо на стадии аккумуляции Земли. Для описания условий в растущей планете используются результаты численного моделирования предложенного ранее механизма аккумуляции Земли (Анфилогов, Хачай, 2005; Khachay, Anfilogov, 2010). При возникновении электропроводного ядра изучается возможность генерации в нем геомагнитного поля. Критерием возникновения генерации поля считается возникновение внутри слоя областей, значения магнитной индукции в которых превышают пороговое значение, превышающее значение внешнего поля. Задача решается численно методом конечных разностей в 3D-модели для сектора сферического слоя в естественных переменных совместно с задачей об аккумуляции планеты.

Аккумуляция Земли, геомагнитное поле, МГД-динамо.

ABOUT THE POSSIBILITY OF THE MHD-GENERATION GEOMAGNETIC FIELD ON THE STAGE OF EARTH'S ACCUMULATION

Khachay Yu.V. – Institute of Geophysics, UB of RAS, Yekaterinburg

Abstracts. In the paper we had researched the possibility of MHD-dynamo development on the stage of Earth's accumulation. The description of PT-conditions evolution in the growing planet is based on the results of numerical modeling of Earth's accumulation mechanism, which we had suggested earlier (Анфилогов, Хачай, 2005; Khachay, Anfilogov, 2010). The possibility of geomagnetic field generation is searched by appearing a melted layer in the forming core. The criterion of field generation appearance is considered the appearance into the layer some areas, for which the values of magnetic induction exceed the threshold value, which exceeds the value of the outer field. The problem is solved by the finite-difference method in a 3-D model for a sector of the spherical layer in natural variables together with the planet accumulation problem.

Accumulation of the Earth, geomagnetic field, MGD-dynamo.

Введение

В одном из докладов на заседании ученого совета Института геофизики УНЦ АН СССР по случаю своего 70-летия Георгий Митрофанович Воскобойников подводил краткий итог своей работы и результатов, полученных созданной им лабораторией математической геофизики. Он, в частности, отметил, что в лаборатории в основном завершены работы по теории интерпретации гравитационного поля, стационарного магнитного поля и получено существенное продвижение в теории интерпретации электромагнитных геофизических полей. Исследования лаборатории еще не охватывают интерпретацию сейсмических и сейсмологических данных, а также задач геодинамики. А в заключение сказал: «Это уже вам делать». Выполнять его напутствие оказалось совсем непросто. Ниже приведены результаты, полученные

при исследовании одной из нерешенных проблем физики Земли, связанных с вопросом о времени возникновения МГД-процесса генерации геомагнитного поля.

Обычно предполагается (Стейси, 1972), что возраст пород, сохранивших остаточную намагниченность, дает оценку возраста земного динамо. За последние годы обнаружены такие породы все более древнего возраста, вплоть до значений (3,8–3,9) млрд. лет. Все более популярна становится идея о том, что геомагнитное поле возникло еще на стадии формирования Земли. Однако ранние модели аккумуляции планеты (Сафронов, 1969) приводили к формированию однородной и сравнительно холодной планеты (кривая 1 на рисунке). Земное ядро в этих моделях могло образоваться только спустя (1,5–2,0) млрд. лет после завершения основного этапа аккумуляции. Такие результаты не смогли

объяснить не только наличие пород со значительно более древней намагниченностью, но и выводы изотопной геохимии. Долгое время в качестве наиболее убедительной рассматривалась модель мегаимпакта (Cameron, 2000), по которой раннее формирование ядра и мантии Земли явилось следствием столкновения сформировавшейся протопланеты с телом массы Меркурия. Однако и все динамические модели аккумуляции Земли (Сафронов, 1969; Печерникова, Витязев, 2005), и оценки по свинец-свинцовой системе (Бибикова, 1989) приводят к заключению о том, что длительность аккумуляции планеты составляла около 10^8 лет. Тогда как изотопные результаты по W-Nf системе свидетельствуют об очень раннем, за (5–10) млн. лет, разделении геохимических резервуаров ядра и мантии (Jacobsen, Yin, 2003). Это означает, что разделение геохимических резервуаров ядра и мантии должно было произойти еще до этапа достижения Землей ее современной массы. В работах (Анфилогов, Хачай, 2005; Khachay, Anfilogov, 2010) показано, что учет выделения энергии при распаде короткоживущих радиоактивных элементов, и прежде всего Al^{26} , достаточен для нагрева даже малых тел, размера около (50–100) км, до температур плавления железа, затем реализуется принципиально новый механизм дифференциации. Объединяются расплавленные, преимущественно железного состава внутренние части протопланетных зародышей, а холодные силикатные осколки возвращаются в зону питания. Только после того как гравитационный радиус увеличится, выросшая область будущего ядра оказывается способна удерживать и осколки силикатной оболочки. РТ-условия в формирующейся области ядра ко времени достижения его современной массы оказываются таковы, что внутреннее ядро находится в твердом состоянии, а внешнее – в расплавленном. Тем самым могут реализоваться условия для МГД-динамо. При рассмотрении этой задачи, в отличие от достаточно изученного механизма генерации геомагнитного поля в уже сформировавшейся

планете (Roberts, Glatzmaier, 2000; Glatzmaier, Clune, 2000), необходимо учитывать изменение размера области, в которой реализуется процесс и изменение гравитационного ускорения в процессе аккумуляции планеты.

Постановка задачи

Задача решается в два этапа. На первом этапе численно решается система уравнений, описывающих аккумуляцию планеты (1) и система уравнений (2) – (8), с помощью которых можно описать распределение РТ-условий во внутренних областях растущей планеты. На этом этапе используется сферически-симметричная модель с задаваемым распределением плотности. Для скорости изменения массы растущей протопланеты предложены соотношения (Печерникова, Витязев, 2005). Мы здесь используем более раннее уравнение (Сафронов, 1969), дающее близкие результаты, но удобное в использовании:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 2(1 + 2\theta)r^2\omega\left(1 - \frac{m}{M}\right)\sigma, \quad (1)$$

где ω – угловая скорость орбитального движения; σ – поверхностная плотность вещества в зоне «питания» планеты; M – современная масса планеты; r – радиус растущего зародыша; θ – статистический параметр, учитывающий распределение частиц по массам и скоростям в зоне «питания».

Система уравнений (2) – (6) позволяет получить распределение температуры и давления в многофазной среде внутренних областей растущей планеты.

$$\rho\left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V}\right] = -\nabla P + \eta \Delta \vec{V} + \left(\frac{\eta}{3} + \xi\right) \nabla(\nabla \vec{V}) - \rho \nabla W \quad (2)$$

$$\rho T \left[\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) S \right] = \lambda \Delta T + Q \quad (3)$$

$$\Delta W_1 = -4\pi\gamma\rho \quad W = W_1 + W_2 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0 \quad (5)$$

$$L \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial t} = \bar{q}|_{\xi+0} - \bar{q}|_{\xi-0}, \quad (6)$$

где \vec{V} – скорость жидкости; P – давление; S – энтропия; W_1 – гравитационный потенциал, W_2 – центробежный потенциал; ρ – плотность; η и ξ – коэффициенты первой и второй вязкости; λ – коэффициент теплопроводности; γ – гравитационная постоянная; Q – суммарная мощность внутренних источников энергии в единице объема; L – теплота фазового перехода;

$\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial t}$ – положение границы раздела фаз;

$\bar{q}|_{\xi=0}$ и $\bar{q}|_{\xi=0}$ – плотность теплового потока, соответственно, перед и за фазовой границей; ∇ и Δ – операторы «набла» и Лапласа.

На втором этапе решается задача (9) – (14).

Методы и решение

Трудности доставляет уже решение краевых задач для первого уравнения (2) этой системы, которое называют уравнением Навье-Стокса. Даже в приближении с постоянными коэффициентами вязкости, как это использовано при его записи в виде (3), в 3D-сферическом слое нахождение численного решения представляет существенную проблему. Кроме того, в рамках уравнения (2) затруднительно описать вынужденное конвективное перемешивание вещества вблизи поверхности растущего тела при падении отдельных тел. Реальные вычислительные возможности до недавнего времени позволяли использовать только сильно усредненное описание в сферически симметричной модели. Распределение температуры в теле увеличивающегося радиуса при таком подходе находится из численного решения краевой задачи для уравнения теплопроводности с учетом возможности появления расплава без явного выделения положения границы фронта кристаллизации и параметрического учета конвективного теплопереноса в расплаве по (Тихонов, Любимова, Власов, 1969):

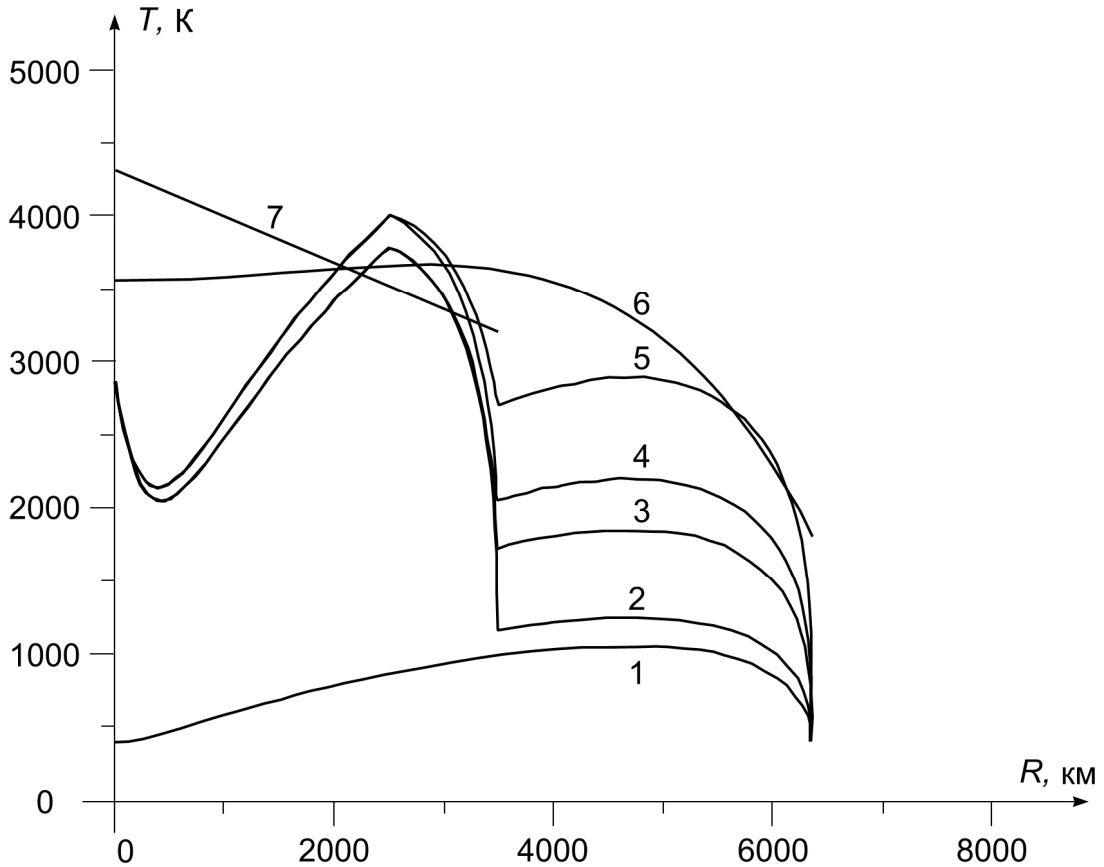
$$c_{\text{эф}} \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\lambda_{\text{эф}} \nabla T) + Q, \quad (7)$$

где $c_{\text{эф}}$, $\lambda_{\text{эф}}$ – эффективные значения теплоемкости и теплопроводности, которые учитывают теплоту плавления в задаче Стефа-

на по (Самарский, Моисеенко, 1965) и наличие конвективного теплопереноса; T – искомая температура в точке в момент времени t ; Q – объемная мощность внутренних источников тепла. Задача решалась методом конечных разностей с использованием полностью неявной монотонной, консервативной схемы. Поэтому реально вместо системы (1–6, 8), решалась система (1, 7, 8). В уравнениях (1), (7), (8) шаг по временной и пространственной сеткам используется один и тот же. Здесь размерный шаг по пространственной сетке постоянный и составляет 1 км. Шаг по временной сетке переменный и при выбранном распределении плотности как функции глубины вычисляется из уравнения (1). С использованием этого уравнения на каждом временном шаге вычисляются масса растущей планеты и распределение литостатического давления во внутренних областях. Для каждого значения достигнутого размера растущей планеты вычисляется распределение температуры плавления. В ядре зависимость температуры плавления в основном железного состава вычисляется по (Стейси, 1972). В области формирующейся преимущественно силикатной мантии используется зависимость температуры плавления от давления по (Kaula, 1979). Зона полного и частичного плавления определялась для каждого временного слоя по сопоставлению вычисленного распределения температуры с распределением температуры плавления на данной глубине. На поверхности растущего тела заданы условия, обеспечивающие баланс поступающей части потенциальной энергии гравитационного взаимодействия тел, затраты тепла на нагревание поступившего вещества и переизлучаемого в пространство теплового потока с учетом прозрачности внешней среды (Жарков, Трубицын, 1980)

$$k \rho \frac{\gamma M}{r} \frac{dr}{dt} = \varepsilon \chi [T^4 - T_1^4] + \rho c_p [T - T_1] \frac{dr}{dt}, \quad (8)$$

где k – доля преобразованной в тепло потенциальной энергии; ρ – плотность вещества; γ – гравитационная постоянная; M – масса растущей планеты; r – ее радиус; ε –



Возможные варианты распределения температуры к моменту достижения планетой $R = 6300$ км:

- 1 – аккумуляция из мелких частиц (выделение тепла короткоживущими радиоактивными элементами не учитывается), k в области растущего ядра принято $k = 0,001$, в области мантии $k = 0,001$; 2 – учитывается выделение тепла короткоживущими радиоактивными элементами, k в области растущего ядра $k = 0,3$, в области мантии $k = 0,002$; 3 – k в области растущего ядра $k = 0,4$, в области мантии $k = 0,01$; 4 – k в области растущего ядра $k = 0,4$, в области мантии $k = 0,02$; 5 – k в области растущего ядра $k = 0,5$, в области мантии $k = 0,05$; 6 – зависимость температуры плавления силикатного вещества мантии от давления (Kaula, 1979); 7 – зависимость температуры плавления вещества ядра от давления (Стейси, 1972)

коэффициент прозрачности среды; χ – постоянная Стефана-Больцмана; T и T_1 – соответственно, температура тела на границе и внешней среды; c_p – удельная теплоемкость.

Полученные распределения температуры и гидростатического давления используются далее в качестве граничных условий в 3-D блоке сферического слоя. Предполагается, что для рассматриваемой длительности процесса аккумуляции развитые конвективные течения электропроводного вязкого вещества реализуются только в слое расплава формирующегося ядра. Далее численно решается задача о МГД-

течении в 3-D блоке с учетом того, что верхняя граница слоя перемещается и, соответственно, масса тела и гравитационное ускорение увеличиваются. В приближении Буссинеска процесс может быть описан в виде:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}(\nabla \vec{V}) \right) = -\nabla P + \mu \Delta \vec{V} + 2\rho \vec{V} \times \vec{\Omega} - \rho \nabla W + [\nabla \times \vec{B}] \times \vec{B} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \text{rot}[\vec{V} \times \vec{B}] = D_m \Delta \vec{B} \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V}(\nabla T) = \chi \Delta T \quad (11)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{div} \vec{V} = 0. \quad (12)$$

Граничные условия

$$r=R^{N+1} \quad V_z=V_\theta=V_\lambda=0 \quad B_z=B_0 \cos\theta \quad B_\theta=B_0 \sin\theta \\ P=0 \quad T=T(N+1,1,1,1) \quad (13)$$

$$r=r_-=r(l) \quad V_z=V_\theta=V_\lambda=0 \quad \frac{\partial B_z}{\partial z}=0 \\ P=0 \quad T=T(l,1,1,1). \quad (14)$$

Использование приближения Буссинеска существенно упрощает уравнение (9), а в уравнении энергии (11) мы не учитываем выделение тепла при вязком трении и джоулева тепла. Задача решается с использованием конечных разностей в переменных скорость-давление. Численный алгоритм решения задачи в естественных переменных строится на основе метода расщепления. Сначала на следующем временном слое находится для выбранного распределения плотности новое значение массы растущей протопланеты, радиус которой увеличивается на постоянную величину δr . Здесь значение этого шага принимается $\delta r = 1$ км. Тогда уравнение (1) позволяет определить значение переменного шага по времени δt , за которое произошло это увеличение размера протопланеты. Оно затем используется при решении системы (9) – (12). Для нового значения массы тела, сформированного из слоев плотности ρ и мощности δr , находится распределение литостатического давления. Это позволяет по имеющимся феноменологическим соотношениям определить распределение температуры плавления вещества заданного состава как функции давления или глубины. Затем с использованием полностью неявной схемы численно решается краевая задача (7) – (8). По сопоставлению найденного из (7) – (8) распределения температуры на $(n + 1)$ временном слое с полученной кривой плавления производится проверка на возникновение расплавленных областей. Моделирование показало, что зоны проплавления в формирующемся ядре Земли образуют односвязную область, локализованную вблизи поверхности растущего тела (см. рисунок). По полученным для этого временного слоя

распределениям гравитационного ускорения, градиента температуры и мощности слоя расплава L ($L = R^{n+1} - r$; R^{n+1} – радиус протопланеты к моменту времени на $(n + 1)$ временном слое; r_- – координата нижней границы слоя расплава) определяется число Релея (Ra). Как только число Релея превысит его критическое значение (Ra^*), $Ra > Ra^*$, включается блок решения краевой задачи для системы уравнений (9) – (12) в 3-D области $M \{R^{n+1}, r_-; h_\theta, \pi/2 - h_\theta; h_\lambda, \pi/2 - h_\lambda\}$. По каждой переменной использовалась равномерная сетка. Для описания переменных \vec{V}, \vec{B}, P, T применялась разностная сетка по пространству $3501 \times 91 \times 91$. Для представления скорости, давления, температуры и магнитной индукции используются разнесенные, шахматные сетки. Давление и температура задаются в центрах разностных ячеек, компоненты векторов скорости и магнитной индукции – в центрах соответствующих граней.

Для решения уравнения (9) в естественных переменных применялась схема расщепления (Белоцерковский, 1984). Для нахождения компонент векторов \vec{V}, \vec{B} использовалась схема предиктор-корректор по (Берковский, Ноготов, 1976). Уравнение Пуассона для надгидростатического возмущения давления решалось методом установления во внутреннем итерационном цикле.

Результаты и обсуждение

На рисунке представлен возможный вариант распределения температуры в области формирующегося ядра Земли на стадии ее аккумуляции, полученный из решения задачи (1), (7) – (8) при значениях физических параметров, опубликованных в (Khachay, Anfilogov, 2010). Из приведенных результатов видно, что в процессе аккумуляции Земли могли реализоваться две стадии, соответствующие развитию свободной конвекции при подогреве снизу. Во-первых, этап, когда был еще очень значителен энергетический вклад радиоактивного распада короткоживущего элемента Al^{26} , но масса (50–100) километровой тела, а следовательно и гравитационное ускорение, были слишком малы для реализа-

ции условий конвекции. Во-вторых, этап формирования внешнего ядра Земли, начиная со значения радиуса на нижней границе слоя около 2400 км. До этого температура на верхней границе слоя расплава, благодаря мощному процессу нагревания при падении тел и частиц на растущую планету при практически неупругом соударении, оставалась выше, чем на нижней границе. На этой стадии гравитационное ускорение уже вполне достаточно, чтобы обеспечить свободную конвекцию. Результаты решения (9) – (12) подтвердили это качественное заключение. В интервале глубин (500–2400) км свободная конвекция не развивается, значения компонент магнитного внутри объема остаются ниже граничных значений на внешней поверхности. Только при реализации слоя проплавления в формирующемся внешнем ядре в анализируемой модели развивается свободная конвекция, и величина магнитной индукции может превышать значения, обеспечиваемые внешним полем.

Конечное, рассмотренная модель МГД-течений является очень упрощенной, прежде всего потому, что используется приближение Буссинеска, вязкость вещества принимается постоянной, не учитываются джоулевы потери и при трении не учитывается возможность вынужденного перемешивания при ударах тел. Специального исследования, в отличие от модели МГД-динамо в сформировавшейся планете (Glatzmaier, Clune, 2000; Roberts, Glatzmaier, 2000), требует рассмотрение взаимодействия протопланеты и формирующейся Луны. Это определяет величину угловой скорости вращения растущей Земли и ее изменение со временем в силе Кориолиса в (9).

Тем не менее, численное моделирование показало, что уже на этапе аккумуляции внешнего ядра Земли возможна реализация условий, обеспечивающих генерацию геомагнитного поля Земли.

Литература

Анфилогов В.Н., Хачай Ю.В. Возможный вариант дифференциации вещества на начальном этапе формирования Земли // ДАН. 2005. Т. 403. № 6. С. 803–806.

Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. 520 с.

Берковский В.М., Ноготов Г.Ф. Разностные методы решения задач теплопередачи. Минск: Наука и техника, 1976. 176 с.

Бибикова Е. Н. Уран-свинцовая геохронология ранних этапов развития древних щитов М.: Наука, 1989. 177 с.

Жарков И.Н., Трубицын В.П. Физика планетных недр. М.: Наука, 1980. 448 с.

Печерникова Г.В., Витязев А.В. Импакты и эволюция ранней Земли // Катастрофические воздействия космических тел / Под ред. В.В. Адушкина и И.В. Немчинова. М.: Академкнига, 2005. С. 251–265.

Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного счета многомерной задачи Стефана // Ж. вычислит. математики и мат. физики. 1965. Т. 5. № 5. С. 816–827.

Сафронов В.С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. М.: Наука, 1969. 244 с.

Стейси Ф. Физика Земли. М.: Мир, 1972. 342 с.

Тихонов А.Н., Любимова Е.А., Власов В.К. Об эволюции зон проплавления в термической истории Земли // ДАН СССР. 1969. Т. 188. № 2. С. 338–342.

Cameron A.B. Origin of the Earth and Moon / Ed. R.M. Ganup. University of Arizona Press. 2000. 179 p.

Glatzmaier G.A., Clune C.L. Computational aspects of geodynamo simulations // Comp. Sci. Eng. 2000. N 2. P. 61–67.

Jacobsen S., Yin Q. Models of planetary accretion and core formation based on the Hf-W clock // Geophys. Research Abstracts. 2003. V. 5. P. 13884.

Khachay Yu., Anfilogov V. Variants of temperature distributions in the earth on its accumulation // Proc. of the 6th Orlov Conf. “The study of the Earth as a planet by methods of geophysics, geodesy and astronomy” K.: Akad., 2010. P. 197–202.

Kaula E.M. Thermal evolution of Earth and Moon growing by planetesimal impacts // J. Geophys. Res. 1979. V. 84. P. 999–1008.

Roberts P.H., Glatzmaier G.A. Geodynamo theory and simulations // Rev. Mod. Phys. 2000. V. 72. P. 1081–1124.