УДК 550.831

ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ АНОМАЛЬНЫХ МАСС В СТРУКТУРНЫХ ЗАДАЧАХ ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ

Федорова Н.В. – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. Исследованы теоретические вопросы интерпретации гравитационных и магнитных аномалий для горизонтально-слоистой среды. Источниками аномалий являются массы, расположенные между границей раздела и ее горизонтальной асимптотой. Показано, что аномальная масса определяется по значению вещественной части момента c_0. Остальные интегральные характеристики, в том числе центр тяжести, не возможно однозначно восстановить по комплексным моментам. Построены примеры границ раздела для случая, когда аномальная масса равна нулю.

Гравитационная аномалия, магнитная аномалия, обратная задача, интегральная характеристика, граница слоя.

INTEGRAL CHARACTERISTICS OF ABNORMAL MASSES IN THE STRUCTURAL PROBLEMS OF GRAVIMETRY AND MAGNETOMETRY

Fedorova N.V. – Institute of Geophysics UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. Theoretical questions of interpretation of gravity and magnetic anomalies, for a horizontally layered medium, were investigated. Sources of the anomalies are the masses located between the interface and the horizontal asymptote. It is shown that the anomalous mass is determined by the value of the real part of the c_0 momentum. The rest of the integral characteristics, including the centre of gravity, cannot be uniquely identified from the complex momentums. Examples of boundaries for the case, when the anomalous mass is zero, were constructed.

Gravity anomaly, magnetic anomaly, inverse problem, integral characteristic, layer boundary.

Введение

Задачи гравиметрии и магнитометрии можно разделить по типам используемых модельных представлений об источниках аномалий на класс задач для ограниченных объектов и класс структурных задач для границ раздела горизонтально слоистых сред. Такое подразделение условно, поскольку в реальной геологической обстановке встречаются задачи, включающие в себя как отдельные блоки, с контрастными свойствами, так и структурные элементы, тем не менее, оно является удобным, так как для каждого класса задач требуются соответствующие комплексы методов обработки и интерпретации, а также разные подходы и идеи.

При исследовании ряда важнейших вопросов теории потенциала существенного прогресса удалось достичь, используя теорию функций комплексного переменного. В работах (Иванов, 1955, 1956; Цирульский, 1963, 1969; Голиздра, 1966; Страхов 1970а, б, в) был разработан специальный аппарат для таких исследований. Основными составными частями этого аппарата, по нашему мнению, были: представление комплексной напряженности внешнего аномального поля и ее производных интегралами типа Коши, теория которых сравнительно проста и хорошо изучена; использование уравнений аналитических кривых в комплексных координатах $\bar{z} = f(z)$ (в геофизической литературе такое аналитическое представление контуров стали называть по имени А.В. Цирульского); интегральное уравнение В.К. Иванова, связывающее напряженность внешнего поля с функцией $z(t)$, реализующей конформное отображение единичного круга на границу источника поля – область D. Разработанный аппарат позволил провести полное исследование вопросов об аналитическом продолжении внешнего потенциала $u(z)$ внутрь возмущающей области (Цирульский, 1963, 1964; Цирульский, Сиротин, 1964), исследовать вопрос о связи особых точек внешнего потенциала и границы области для вполне достаточного, с точки зрения геофизической практики, класса ограниченных односвязных областей с аналитическими или кусочно-аналитическими границами в случае постоянной или широкого класса переменных плотностей аномальных масс (Иванов, 1955; Цирульский, 1969; Никонова, Цирульский, 1975; Цирульский, Никонова, 1977). Выделены классы потенциалов, для которых обратная задача разрешима в конечном виде (по терминологии В.К. Иванова) (Рапопорт, 1940; Иванов, 1955; Цирульский, Никонова, 1975).

Для структурных задач В.Н. Страхов получил весьма важное представление для внешнего поля от границы раздела в виде интеграла типа Коши, а также аналог интегрального уравнения В.К. Иванова (Страхов, 1972). Был исследован ряд важных аспектов задачи о контактной поверхности. В частности, получен ряд представлений внешнего потенциала, удобный для решения прямой задачи; проведено достаточно полное исследование вопроса об аналитическом продолжении внешнего поля через границу раздела горизонтальных сред, связи особенностей такого продолжения с геометрией границы раздела; получены условия, при которых имеет место единственность решения обратной задачи для границ раздела, имеющих слева и справа одну и ту же горизонтальную асимптоту (Страхов, 1972, 1974). На частном примере границ раздела в форме конхоид Слюза было установлено, что при решении обратной структурной задачи имеет место двупараметрическая неоднозначность в отличие от однопараметрической неоднозначности для ограниченных областей.

В работе (Федорова, Цирульский, 1976) показано, что для границ раздела обратная задача гравиметрии двупараметрически неоднозначна для широкого класса потенциалов, а обратная задача магнитометрии имеет трехпараметрическую неоднозначность. Для структурной задачи магнитометрии по внешнему полю нельзя найти направление намагниченности аномальных масс в отличие от обратной задачи для ограниченной области. Таким образом, были выявлены существенные отличия обратных задач для класса, ограниченных по размерам источников, от класса границ горизонтально слоистых сред (Федорова, Цирульский, 1978).

Одним из важнейших направлений при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий являются методы нахождение особых точек аномальных полей и интегральных характеристик источников. Для ограниченных областей в окрестности бесконечно удаленной точки для комплексной напряженности внешнего гравитационного поля $u(z)$ справедливо разложение в следующий ряд Лорана

$$u(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{z^{k+1}}, \tag{1}$$

где c_k – комплексные (или гармонические) моменты однозначно определяют внешнее поле, и сами однозначно определяются по этому внешнему полю. Кроме того, они содержат важную информацию об источниках аномальных полей – интегральные характеристики источников. Например,

$$M=\pi c_0,\ z_{ц.\,т.}=c_1/c_0,\ l=\sqrt{\frac{c_2(z_{ц.т.})}{c_0}},$$

$$\theta=0{,}5\arg\{c_2(z_{ц.\,т.})/c_0\}, \tag{2}$$

где M – аномальная масса, поэтому $\mathrm{Im}c_0=0$; $z_{ц.\,т.}$ – координаты центра тяжести; l – параметр, характеризующий вытянутость тела; θ – угол, составленный длинной осью тела с координатной осью Ox.

Впервые методы определения интегральных характеристик возмущающих масс были разработаны в работах (Гамбурцев, 1936, 1938). В последствии эти методы развивались и обобщались разными геофизиками (Заморев, 1939; Заборовский, 1940; Шванк, Люстих, 1947; Иванов, 1950; Казанский, 1951; Гравиразведка, 1968; Страхов, Лапина, 1975 и др.).

Значительный вклад в развитие теории и методов интерпретации гравитационных и магнитных аномалий внес Георгий Митрофанович Воскобойников. Он предложил эффективный метод поиска особых точек. Совместно с учениками были разработаны алгоритмы и программы для двумерного случая (Воскобойников, Начапкин, 1969, 1980) и позднее для трехмерных геофизических полей (Воскобойников, Шестаков, 1982).

Для класса структурных задач для комплексной напряженности внешнего поля $u(z)$ также справедливо разложение в ряд (1). Однако нами было показано, что для бесконечных границ раздела слоистых сред коэффициент c_0 может быть комплексным (Федорова, Цирульский, 1976). Следовательно, получалось, что c_0 не может соответствовать такой физической величине, как масса аномального источника.

Г. М. Воскобойников в это время возглавлял лабораторию математической геофизики. Когда возникла дискуссия, о том может ли момент c_0 принимать комплексные значения или необходимо ввести ограничение на этот параметр, Георгий Митрофанович принял в ней непосредственное участие и произнес фразу: «За каждым математическим результатом должен быть физический смысл». Поэтому мною были проведены исследования, и в диссертационной работе появился раздел «О величине и физическом смысле комплексных моментов для границ раздела» (Федорова, 1980). Поскольку ранее результаты этих исследований не были полностью опубликованы, то, пользуясь случаем вспомнить выдающего ученого, учителя многих уральских геофизиков Георгия Митрофановича Воскобойников, его лаконичные и точные высказывания, посвящаю ему эту работу.

Комплексные моменты для границ раздела

Рассмотрим в комплексной системе координат $z=x+iy$ модель среды, состоящей из двух слоев постоянной плотности σ_1 и σ_2, разделенных простой непрерывной жордановой кривой L, которая имеет одну и ту же горизонтальную асимптоту $y=h$ слева и справа. Верхний слой ограничен прямой $y=h_1$ $(h_1<0)$, а снизу – кривой L. Нижний слой ограничен сверху кривой L, а снизу – прямой $y=h_2$ $(h_2<h_1<0)$. При $y>h_1$ и $y<h_2$ массы отсутствуют (рис. 1). Аномальное поле рассматриваемой среды есть поле масс плотности $\pm\Delta\sigma=\pm(\sigma_2-\sigma_1)$, распределенных между кривой L и асимптотой, при этом плотность масс для точек, лежащих выше асимптоты, равна $+\Delta\sigma$, а для точек, лежащих ниже асимптоты, $-\Delta\sigma$.

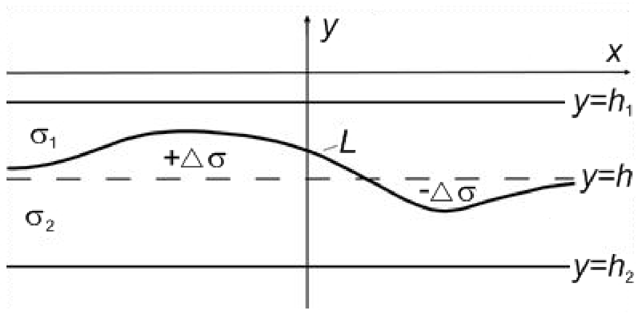

Рис. 1. Модель среды

Обратная задача гравиметрии для контактной поверхности состоит в определении величины $\Delta\sigma$ и кривой L по заданному внешнему аномальному полю.

Обозначим через D_R^h – класс регулярно аналитических, а через D_{KR}^h – класс кусочно регулярно аналитических границ раздела с горизонтальными асимптотами. Пусть $L\in D_R^h$. Обозначим через $u(z)$ комплексную напряженность гравитационного поля:

$$u(z) = -\frac{1}{\pi}(V_x - iV_y)\ ,$$

где $V(x,y)$ – внешний логарифмический потенциал. Функция $u(z)$ содержит всю информацию о потенциале и может исследоваться вместо последнего.

В работе (Страхов, 1972) показано, что с точностью до постоянного слагаемого для точек, лежащих выше прямой $y=h_1$, $z\in D^-$, справедливо следующее представление для $u(z)$:

$$u(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\Delta\sigma[f(\xi)-\xi+2ih]}{\xi - z}d\xi, \qquad (3)$$

где $f(z)=\bar{z}$ – уравнение L в комплексных координатах (Цирульский, 1963).

Обозначим часть плоскости, лежащую ниже границы L, через D^+, а часть плоскости, лежащую выше L, через D^-. Тогда существует функция $z(t)$, реализующая конформное отображение нижней полуплоскости T^+ вспомогательной комплексной плоскости t на D^+, причем

$$z(t) = t + ih + \Psi(t), \quad (4)$$

где $\psi(t)$ – аналитическая в T^+ и регулярная на бесконечности; $\psi(\infty)=0$, $z(\infty)=\infty$, $z'(\infty)=1$.

Пусть $u(z)$ – комплексная напряженность внешнего гравитационного поля границы раздела L ($L \in D_R^h$). Пусть функция $z(t)$, определяемая (4), имеет на бесконечности полюс первого порядка, следовательно, и $f(z(t)) = z(t)$ будет иметь на бесконечности полюс первого порядка, а функция $f(z) - z - 2ih$ будет регулярно аналитической на бесконечности.

В этом случае основное интегральное представление (3) может быть заменено следующим (Страхов, 1972)

$$u(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\Omega}\frac{\Delta\sigma[f(\xi) - \xi + 2ih]}{\xi - z}d\xi =$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\int_{\Omega}\frac{\Delta\sigma f(\xi)}{\xi - z}d\xi, \quad z \in D^-. \quad (5)$$

Тогда

$$u'(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\Omega}\frac{\Delta\sigma f'(\xi)}{\xi - z}d\xi, \quad z \in D^-, \quad (6)$$

где Ω – замкнутый контур следующего вида: он состоит из принадлежащей D^+ дуги окружности радиуса R с центром в начале координат и части L, соединяющей концы дуги окружности в D^+. Радиус R должен быть взят столь большим, чтобы все особенности $f(z)$ в D^+ находились внутри контура Ω. Из представления (5) следует, что для $u(z)$ разложение (2) также справедливо в окрестности бесконечно удаленной точки в верхней полуплоскости, причем для коэффициентов c_k справедливы следующие формулы

$$c_k = \frac{\Delta\sigma}{2\pi i}\int_{\Omega} f(\xi)\xi^k d\xi \quad (7)$$

или

$$c_k = \frac{\Delta\sigma}{2\pi i}\int_{\Omega}\frac{f(\xi)\xi^{k+1}}{k+1}d\xi. \quad (8)$$

Проведем замену переменной $\xi=\xi(t)$ в (5), (6), (7) и (8), получим

$$u(z) == \frac{1}{2\pi i}\int_{\Omega_T}\frac{\Delta\sigma\Psi^*(t)z'(t)}{z(t) - z}dt, \quad (9)$$

$$u'(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\Omega_T}\frac{\Delta\sigma[\Psi^*(t)]'z'(t)}{z(t) - z}dt, \quad (10)$$

$$c_k = \frac{\Delta\sigma}{2\pi i}\int_{\Omega_T}\Psi^*(t)z^k(t)z'(t)dt, \quad (11)$$

$$c_k = \frac{\Delta\sigma}{2\pi i}\int_{\Omega_T}\frac{[\Psi^*(t)]'z^{k+1}(t)z'(t)}{k+1}dt, \quad (12)$$

где $\Omega_T = \{t{:}z(t)\in\Omega\}$, $\Psi^*(t) = \overline{\Psi}(t)$.

Исследуем теперь вопрос о том, какие значения могут принимать коэффициенты c_k, и как они связаны с интегральными характеристиками масс, распределенными между контактной границей L и ее асимптотой $y=h$.

Функция $z(t)$, реализующая конформное отображение нижней полуплоскости T^+ вспомогательной комплексной плоскости t на D^+, имеет вид (4) $z(t) = t + ih + \Psi(t)$, где $\psi(t)$ – аналитическая в T^+ и регулярная на бесконечности; $\psi(\infty)=0$, $z(\infty)=\infty$, $z'(\infty)=1$. Поэтому всегда можно построить окружность достаточно большого радиуса R с центром в точке a, целиком лежащую в верхней полуплоскости, внутри которой будут находиться все особые точки функции $\psi(t)$. Тогда вне этой окружности для $\psi(t)$ справедливо следующее представление:

$$\Psi(t) = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{(t-a)^k}, \quad \mathrm{Im}a>0 \quad (13)$$

$$z(t) = t + ih + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{(t-a)^k}, \quad (14)$$

$$z'(t) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{kA_k}{(t-a)^{k+1}}, \quad (15)$$

$$z^*(t) = t - ih + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\overline{A_k}}{(t-\overline{a})^k}. \quad (16)$$

Вычислим по формуле (11) коэффициент c_0:

$$c_0 = \frac{\Delta\sigma}{2\pi i}\int_{\Omega_T}[\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\overline{A_k}}{(t-\overline{a})^k}]\mathrm{x}$$

$$\mathrm{x}\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{kA_k}{(t-a)^{k+1}}\right]dt. \quad (17)$$

Преобразуем дробь

$$\frac{1}{(t-a)^{k+1}} = \frac{1}{(\overline{a}-a)^{k+1}}[1 + \frac{t-\overline{a}}{\overline{a}-a}]^{-k-1} =$$

$$= \frac{1}{(\overline{a}-a)^{k+1}}[1 + \sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m(k+m)!}{k!m!}\left(\frac{t-\overline{a}}{\overline{a}-a}\right)^m].$$

Тогда интеграл (17) по теории вычетов будет равен коэффициенту при t^{-1} подинтегральной функции, помноженному на $2\pi i$. То есть получим

$$c_0 = \Delta\sigma[\overline{A_1} + \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m(k+m+1)!\overline{A_k}A_m}{(k-1)!(m-1)!(\overline{a}-a)^{k+m}}]. \quad (18)$$

Отсюда видно, что коэффициент c_0 может быть комплексным для границ раздела. Причем c_0 – комплексное число только в том случае, когда A_1 комплексное число, поскольку все члены двойного ряда в (18) чисто вещественные,

$$\mathrm{Im}c_0=-\Delta\sigma\mathrm{Im}A_1 \quad (19)$$

В этом заключается одно из характерных отличий задачи о границах раздела от задачи об ограниченной области.

Построим примеры границ раздела с вещественными и комплексными моментами c_0 .

Пример 1. Пусть граница раздела описывается уравнением, которое имеет особенность – полюс первого порядка

$$z(t) = t + ih + \frac{A}{t-a}, \ \mathrm{Im}\, a>0 \quad (20)$$

$$z'(t) = 1 - \frac{A}{(t-a)^2}.$$

Вычислим $u(z)$ по формуле (9)

$$u(z) = \frac{B}{z-b}, \quad (21)$$

причем значение коэффициента B и положение точечного источника b определяются из уравнений

$$z(\overline{a}) = b, \ \Delta\sigma\overline{A}\left[1 - \frac{A}{(\overline{a}-a)^2}\right] = B. \quad (22)$$

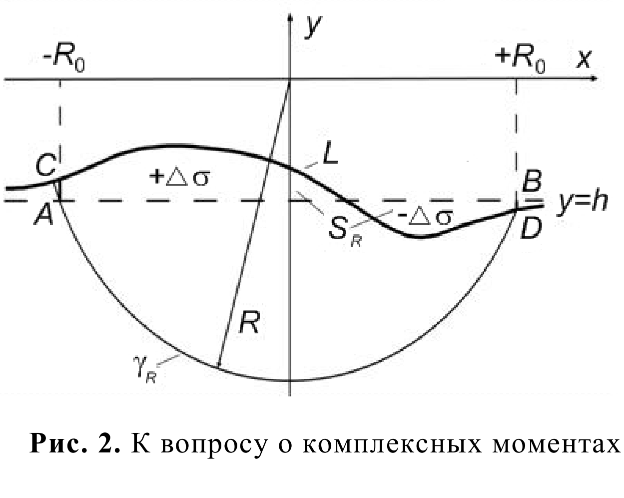

Рис. 2. К вопросу о комплексных моментах

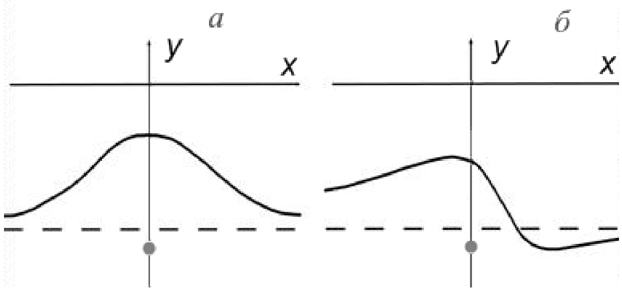

Рис. 3. Границы раздела $z(t) = t + ih + \frac{A}{t-a}$, эквивалентные точечному источнику: *а* – c_0 – вещественное число; *б* – c_0 – комплексное число

Из (21) видно, что $c_0=B$, а из (22), что B вещественно, если вещественно A.

На рис. 3 приведены границы раздела с вещественным и комплексным моментами c_0.

Пример 2. Пусть теперь граница раздела описывается уравнением с особенностями логарифмического типа

$$z(t) = t + ih + A[\ln(t-a) - \ln(t-b)],$$

$$\mathrm{Im}a>0, \ \mathrm{Im}b>0\,. \quad (23)$$

Тогда

$$z^*(t) = t - ih + \overline{A}[\ln(t-\overline{a}) - \ln(t-\overline{b}),]$$

$$z'(t) = 1 + A\left[\frac{1}{t-a} - \frac{1}{t-b}\right],$$

$$[z^*(t)]' = 1 + \overline{A}\left[\frac{1}{t-\overline{a}} - \frac{1}{t-\overline{b}}\right].$$

Вычислим по формуле (10) $u'(z)$ и затем $u(z)$

$$u(z) = B[\ln(z-c) - \ln(z-d)], \quad (24)$$

причем значения коэффициента B и координаты c, d концов сингулярного отрезка определяются из уравнений

$$B = \Delta\sigma\overline{A}, \ c = z(\overline{a}), \ d = z(\overline{b}). \quad (25)$$

Из (12) следует, что $c_0=B(d-c)$ и c_0 вещественное, если параметры отображающей функции удовлетворяют условию:

$$\mathrm{Im}\{\overline{A}(\overline{b}-\overline{a}) + A\ln\frac{(\overline{b}-a)(\overline{a}-b)}{(\overline{b}-b)(\overline{a}-a)}\} = 0.$$

Границы раздела с вещественным и комплексным моментами c_0 приведены на рис. 4. В обоих примерах при вещественном значении c_0 кривая выходит на асимптоту с одной стороны (либо выше, либо ниже

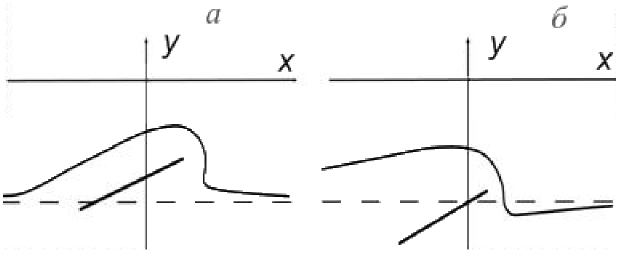

Рис. 4. Границы раздела $z(t)=t+ih+A[\ln(t-a)-\ln(t-b)]$, эквивалентные материальному отрезку: *а* – c_0 – вещественное число; *б* – c_0 – комплексное число

асимптоты). При комплексном c_0, при стремлении x к бесконечности, граница раздела справа и слева выходит на асимптоту с разных сторон. Эту закономерность легко установить в общем случае.

Пусть $z(t)$ имеет вид (14). Без нарушения общности можно положить, что $a=id$, $d>0$. Тогда для $|t| >> d$

$$\operatorname{Im} z(t) - h =$$

$$= I\frac{\operatorname{Im} A_1}{t} + \frac{d \operatorname{Re} A_1 + \operatorname{Im} A_2}{t^2} + O(\frac{1}{t^3}), \qquad (26)$$

$$\operatorname{Re} z(t) = t + \frac{\operatorname{Re} A_1}{t} + O(\frac{1}{t^2}).$$

Учитывая (19) $\operatorname{Im} c_0 = -\Delta\sigma \operatorname{Im} A_1$, в (26) получаем, что стремление к асимптоте по закону $1/t$ будет только в том случае, если c_0 – комплексное.

Возникает вопрос: какой физический смысл имеет комплексный момент c_0 для границ раздела? Преобразуем формулу (7), разделив контур Ω на две части

$$c_k = \frac{1}{2\pi i}\int_{L_R} \Delta\sigma[f(\xi) - \xi + 2ih]\xi^k d\xi +$$

$$+ \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_R} \Delta\sigma[f(\xi) - \xi + 2ih]\xi^k d\xi, \qquad (27)$$

где L_R – часть кривой L, отсекаемой окружностью; γ_R – принадлежащая D^+ дуга этой окружности.

Рассмотрим следующий интеграл

$$I_k^R = \frac{1}{2\pi i}\int_{S_R} \Delta\sigma f(\xi)\xi^k d\xi,$$

где S_R – замкнутый контур, который состоит из отрезка прямой $y=h$, дуги кривой L, проекция которой на асимптоту $y=h$ есть отрезок AB, и отрезков вертикальных прямых $x=+R_0$ и $x=-R_0$, соединяющих точки A и C, B и D на границе L и асимптоте (см. рис. 2). Применяя к интегралу формулу Грина, легко найдем, что

$$I_k^R = \frac{1}{\pi}\iint_{D_R} \Delta\delta(\varsigma,\eta)\xi^k d\varsigma d\eta, \qquad (28)$$

где $\Delta\delta(\varsigma,\eta) = +\Delta\sigma$ для точек области D_R, расположенных выше $y=h$, и $\Delta\delta(\varsigma,\eta) = -\Delta\sigma$ для точек, расположенных ниже асимптоты. Область D_R, ограниченная контуром S_R, в общем случае многосвязная и состоит из соприкасающихся, но не пересекающихся односвязных областей, заполненных массами постоянной плотности ± Δσ. Выражение (28) определяет комплексные моменты масс, распределенных по конечным областям.

Обозначим

$$\lim_{R\to\infty} I_k^R = c_k^D,$$

тогда, как и в случае ограниченных областей, выполняются соотношения (2), т. е. $M=\pi c_0^D$, $z_{ц.т.}=c_1^D/c_0^D$ и др.

Для точек на прямой $y=h$ имеем $\bar{z} - z + 2ih = 0$, следовательно, осуществляя предельный переход при $R \to \infty$, легко показать, что

$$\lim_{R\to\infty} I_k^R = \frac{1}{2\pi i}\int_L \Delta\sigma[f(\xi) - \xi + 2ih]\xi^k d\xi.$$

Рассмотрим теперь интеграл по дуге окружности

$$\Gamma_k^R = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_R} \Delta\sigma[f(\xi) - \xi + 2ih]\xi^k d\xi.$$

Сделаем замену переменных $z=z(t)$ и подставим (14), (15) и (16)

$$\Gamma_k^R = \frac{\Delta\sigma}{2\pi i}\int_{-R}^{R}\left[\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\bar{A}_k}{(t-\bar{a})^k} - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{(t-a)^k}\right]\times$$

$$\times\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{kA_k}{(t-a)^{k+1}}\right]\left[t + ih + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{(t-a)^k}\right]^k dt.$$

Известно, что $\lim_{R\to\infty}\Gamma_k^R = 0$ в случае, когда для подинтегральной функции справедлива оценка

$$|F(t)| < \frac{K}{|t|^{1+\varepsilon}},$$

где K, ε – некоторые положительные числа (Свешников, Тихонов, 1967). Однако в рассматриваемом случае это условие не выполняется.

Для $k=0$, $\lim\limits_{R\to\infty} \Gamma_0^R = -i\Delta\sigma\,\mathrm{Im}\,A_1$, (29)

$k=1$, $\lim\limits_{R\to\infty} \Gamma_1^R = \Delta\sigma[\bar{A}_1(\bar{a}+ih)+\bar{A}_2]-[A_1(a+ih)+A_2]$.

Обозначим

$\lim\limits_{R\to\infty}\Gamma_k^R = m_k$,

тогда из (27) и (28) следует, что

$$c_k = c_k^D + m_k. \tag{30}$$

Следовательно, комплексные моменты для границы раздела равны комплексным моментам аномальных масс, распределенных между границей и ее асимптотой $y=h$, плюс некоторые величины m_k, которые возникают из-за того что граница L не замкнута. Для $k=0$ $\mathrm{Re}c_0=M/\pi$ и $\mathrm{Im}c_0=\Delta\sigma\mathrm{Im}A_1$, то есть действительная часть c_0 позволяет определить аномальную массу, а мнимая – характеризует закон стремления границы L к асимптоте. При комплексном c_0 граница медленно стремится к асимптоте по закону $1/x$ при $x \to \pm\infty$ и расположена по разные стороны от асимптоты. Если $\mathrm{Im}c_0=0$, граница стремится к асимптоте по закону $1/x^2$ или еще быстрее.

Центр тяжести аномальных масс для границ раздела по комплексным моментам однозначно не восстанавливается, используя (3), (29) и (30) легко показать, что даже в случае $\mathrm{Im}c_0=0$ можно определить только абсциссу центра тяжести.

Для границ раздела можно построить примеры, когда аномальная масса равна нулю (рис. 5).

Как было показано, момент c_0 для границ раздела в гравиметрии может быть

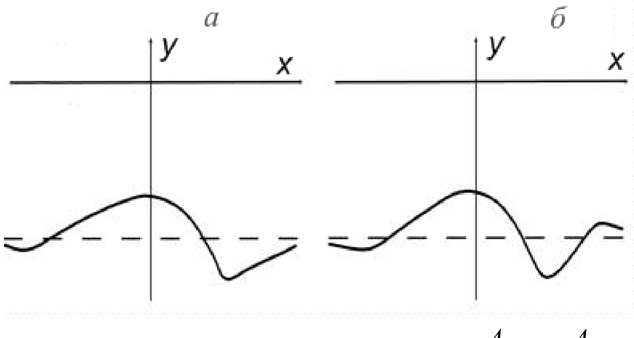

Рис. 5. Границы раздела $z(t)=t+ih+\dfrac{A_1}{t-a}+\dfrac{A_2}{(t-a)^2}$ с нулевой суммарной аномальной массой: *а* – $c_0=0$; *б* – $c_0=i$

комплексным числом, то есть $c_0=|c_0|e^{i\varphi_1}$, где φ_1 – аргумент кривой L (в случае, если L замкнутая ограниченная кривая, $\varphi_1=0$). Из исследований, проведенных в работе, следует важный вывод о том, что всякий потенциал от ограниченной области есть одновременно и потенциал некоторой границы раздела. Но не наоборот, всякий потенциал от границы раздела есть одновременно и потенциал ограниченной области.

При интерпретации магнитных аномалий в окрестности бесконечно удаленной точки для комплексной напряженности внешнего магнитного поля $u(z)$ справедливо разложение в следующий ряд Лорана

$$u(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{c_k}{z^{k+2}}\ . \tag{31}$$

Для ограниченных областей момент c_0 позволяет находить магнитный момент возмущающих масс $M=\pi c_0$, $c_0=|c_0|e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$, φ_1 – аргумент кривой L (в случае, если L замкнутая ограниченная кривая, $\varphi_1=0$) и φ_2 – направление намагниченности объекта. Следовательно, по внешнему полю в можно определить направление намагниченности аномальных масс.

В структурных задачах, $\varphi_1 \neq 0$, и поэтому направление намагниченности аномальных масс нельзя определить. Ранее этот результат был опубликован в работе (Федорова, Цирульский, 1976), и построен пример эквивалентных по внешнему полю границ, имеющих одинаковые параметры: модуль скачка намагниченности и асимптоту, но разные направления намагниченности. Центр тяжести возмущающих масс, расположенных между границей и асимптотой, нельзя определить однозначно по значениям комплексных моментов.

Заключение

Проведенные исследования показали, что для гравитационных и магнитных аномалий комплексные моменты c_k в представлении внешних полей (1) и (31) не позволяют однозначно восстанавливать интегральные характеристики аномальных масс, распределенных между границей раздела и ее асимптотой, за исключением аномальной массы. Момент c_0 для границ раздела может быть комплексным. Это позволяет в случае, если c_0 – комплексное число, искать решение обратной задачи гравиметрии только в классе границ раздела. Для случая, если $c_0>0$, решение обратной задачи возможно как в классе границ раздела, так и в классе ограниченных областей.

Границы с комплексным c_0 медленно стремятся к асимптоте и с разных сторон слева и справа от нее (см. рис. 3б и рис. 4б). Поэтому на практике использование таких границ раздела позволяет аппроксимировать границы не только из классов D_R^h и D_{KR}^h, но в пределах изучаемого участка можно достаточно хорошо аппроксимировать границы в виде уступов или надвигов, которые имеют слева и справа разные асимптоты.

Литература

Воскобойников Г.М., Начапкин Н.И. Метод особых точек для интерпретации потенциальных полей // Изв. АН СССР. Физики Земли. № 5. 1969. С. 24–39.

Воскобойников Г.М., Начапкин Н.И. Методические рекомендации по применению метода особых точек для интерпретации потенциальных полей. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1980. 130 с.

Воскобойников Г.М., Шестаков А.Ф. Метод гасящих функций и его применение для определения особых точек геофизических полей, удовлетворяющих трехмерным уравнениям Лапласа и Гельмгольца // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1982. № 3. С. 62–75.

Гамбурцев Г.А. Определение центра тяжести возмущающего тела по гравитационным наблюдениям // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1938. № 4. С. 307–315.

Гамбурцев Г.А. Прямые методы интерпретации // Прикладная геофизика. 1936. Вып. 1. С. 176–182.

Голиздра Г.Я. Особые точки аналитического продолжения гравитационного поля и их связь с формой возмущающих масс // Дополнительные главы курса гравиразведки и магниторазведки. Новосибирск: НГУ, 1966. 560 с.

Гравиразведка. Справочник геофизика. Т. V. / Под ред. Е.А. Мудрецовой. М.: Недра, 1968. 512 с.

Заборовский А.И. К методике интерпретации магнитных аномалий // Труды МГРИ, 1940. Т. 20. С. 275–277.

Заморев А.А. Об определении производных гравитационного потенциала и соотношение между моментами возмущающих масс по производной, заданной на плоскости // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1939. № 3. С. 487–500.

Иванов В.К. Интегральное уравнение обратной задачи логарифмического потенциала // ДАН СССР. 1955. Т. 105. № 3. С. 409–411.

Иванов В.К. О разрешимости обратной задачи логарифмического потенциала в конечном виде // ДАН СССР. 1956. Т. 106. № 4. С. 598–599.

Иванов В.К. Об определении гармонических моментов возмущающих масс по производной гравитационного потенциала, заданной на плоскости // Изв. АН СССР. Сер. Геогр. и геофиз. 1950. № 5. С. 403–414.

Казанский А.П. Определение сечения и глубины залегания намагниченных тел по измерениям магнитного поля // Геофизические методы поисков полезных ископаемых. М.: Госгеоиздат, 1951. С. 3–15.

Никонова Ф.И., Цирульский А.В. К вопросу о граничных особых точках логарифмического потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1975. № 6. С. 76–80.

Рапопорт И.Н. О плоской обратной задачи теории потенциала // ДАН СССР. 1940. Т. 28. № 4. С. 305–307.

Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной // М.: Наука, 1967. 304 с.

Страхов В.Н. К вопросу о единственности решения плоской обратной задачи теории потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1972. № 2. С. 38–49.

Страхов В.Н. К теории обратной задачи логарифмического потенциала для контактной поверхности // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1974. № 6. С. 39–60.

Страхов В.Н. К теории плоской обратной задачи магнитного потенциала при переменной намагниченности // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1970а. № 3. С. 44–58.

Страхов В.Н. Некоторые вопросы плоской обратной задачи магнитного потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1970б. № 9. С. 31–41.

Страхов В.Н. Некоторые вопросы плоской задачи гравиметрии // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1970в. № 12. С. 32–44.

Страхов В.Н., Лапина М.И. Определение интегральных характеристик возмущающих масс аппроксимационным методом в задачах гравиметрии и магнитометрии // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1975. № 4. С. 35–58.

Федорова Н.В. Прямые и обратные задачи для границ раздела // Дис. … канд. физ.-мат. наук. Институт геофизики УНЦ АН СССР. Свердловск, 1980. 128 с.

Федорова Н.В., Цирульский А.В. К вопросу о разрешимости обратной задачи логарифмического потенциала для контактной поверхности в конечном виде // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1976. № 10. С. 61–72.

Федорова Н.В., Цирульский А.В. Об обратной задаче для контактной поверхности // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1978. № 3. С. 38–47.

Цирульский А.В. О единственности решения обратной задачи теории потенциала // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1969. № 6. С. 60–65.

Цирульский А.В. О некоторых свойствах комплексного логарифмического потенциала однородной области // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1963. № 7. С. 1072–1075.

Цирульский А.В. О связи задачи об аналитическом продолжении логарифмического потенциала с проблемой определения границ возмущающей области // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1964. № 11. С. 1693–1696.

Цирульский А.В., Никонова Ф.И. К вопросу о разрешимости обратной задачи логарифмического потенциала в конечном виде // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1975. № 5. С. 37–47.

Цирульский А.В., Никонова Ф.И. К вопросу о теоретическом решении обратной задачи логарифмического потенциала в конечном виде // Теория и практика применения аналитических методов интерпретации и математического моделирования геофизических полей. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1977. С. 31–39.

Цирульский А.В., Сиротин М.И. К вопросу об аналитическом продолжении логарифмического потенциала // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1964. № 1. С. 105–109.

Шванк О.А., Люстюх Е.Н. Интерпретация гравитационных наблюдений. М.; Л.: Гостоптехиздат, 1947. 400 с.