

3D МОДЕЛИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ В СЛОИСТОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ*Миндубаев М.Г.* – Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург

Аннотация. Проведено численное моделирование 3D конвекции в пористой среде в области с пониженной проницаемостью, окружённой массивом с параметрами среды близкими с внутренней областью. В зависимости от числа Рэлея получены различные пространственные стационарные решения. Анализ тепловых возмущений полученных численных решений качественно отражает наблюдаемые геотермические исследования месторождений нефти и газа.

Зависимость температуры от глубины, свободная тепловая конвекция в пористой среде.

3D MODEL OF FREE CONVECTION IN LAYERED POROUS MEDIA*Mindubaev M.G.* – Institute of Geophysics, UB of RAS, Yekaterinburg

Abstract. Numerical simulation of 3D convection in a porous medium in an area with low permeability, surrounded by an array with the parameters of the medium close to the inner region studied. Depending on the Rayleigh number is obtained by a variety of spatial stationary solutions. Analysis of the thermal perturbation of the numerical solutions qualitatively reflects the observed geothermal research for oil and gas.

Dependence of temperature on the depth, free thermal convection in a porous media.

Введение

По данным многочисленных геотермических исследований нефтегазоносных бассейнов установлена чёткая связь между нефтяными и газовыми залежами, с одной стороны, и локальными возмущениями теплового поля, с другой (Тараненко, Безбородов, Хакимов, 2000). Эти возмущения приводят к образованию положительных аномалий температуры, геотермических градиентов и тепловых потоков над залежами. Установлено, что тепловые аномалии отчётливо проявляются в самих залежах и над ними, прослеживаясь с постепенным затуханием вплоть до приповерхностных слоёв.

Одним из механизмов образования данных аномалий может служить возникновение свободной тепловой конвекции в высокопроницаемых пористых средах. Анализ условий возникновения термоконвективных течений (Мясников, Иванов, 1984) в осадочном чехле показывает, что конвекция здесь скорее правило, чем исключение. В работе (Миндубаев, 2011) были представлены трёхмерные решения свободной тепловой конвекции для слоя пористой среды в зависимости от различных граничных условий для температуры на боковых вертикальных границах. Горизон-

тальные границы принимались изотермическими.

В настоящей работе рассматривается 3D область, заполненная флюидом. Внутри этой области находится область с повышенной проницаемостью. В этой внутренней области создаются условия для возникновения свободной тепловой конвекции. Цель работы состоит в том, чтобы на примере численного моделирования трёхмерной конвекции получить пространственное распределение структуры конвекции в зависимости от числа Рэлея. А также оценить влияние конвекции на распределение температуры и теплового потока в окружающем массиве.

Модель и уравнения

Рассматривается объём пористой среды, насыщенной однокомпонентной жидкостью. Внутри этого объёма находится область, проницаемость которой K_1 выше, чем в основном объёме K_0 . При этом пористость, теплопроводность и температуропроводность и другие параметры области с повышенной проницаемостью и окружающего массива близки между собой. Проницаемость является одним из основных параметров (см. ниже выражение для модифицированного числа Рэлея), обеспе-

чивающих условия для возникновения свободной тепловой конвекции в пористой среде. Во внутренней области при определённых значениях K_1 число Рэлея Ra может превосходить критическое Ra_{cr} , что соответствует возникновению свободной тепловой конвекции.

Примем за единицу длины высоту слоя H с проницаемостью K_1 , тогда для параметров линейных размеров областей внешней и внутренней, соответственно, принято:

$$0, \lambda_{0x} \quad 1, \lambda_{0x} - 1 \quad \text{по } x$$

$$0, \lambda_{0y} \quad 1, \lambda_{0y} - 1 \quad \text{по } y$$

$$0, 3 \quad 1, 2 \quad \text{по } z,$$

где $\lambda_{0x} = L_{0x} / H$ и $\lambda_{0y} = L_{0y} / H$ – аспектные отношения, характеризующие отношение горизонтальных линейных размеров основной области L_{0x} и L_{0y} к вертикальным размерам H .

При математическом моделировании в качестве единиц примем: для скорости фильтрации – κ_{ef} / H , времени – bH^2 / κ_{ef} , температуры – $A \cdot H$, давления – $\rho_0 v \kappa_{ef} / K$, где κ_{ef} – эффективный коэффициент теплопроводности среды, $b = (\rho c_p)_c / (\rho c_p)_f$ – отношение теплоёмкостей среды и флюида, A – градиент температуры, v – кинематическая вязкость флюида. Система безразмерных уравнений свободной тепловой конвекции в пористой среде для несжимаемой жидкости для внутренней области, имеет вид (Гершуни, Жуховицкий, 1972):

$$\mathbf{u} = -\nabla p + Ra \mathbf{T} \mathbf{1}_z \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla^2 T \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1.3)$$

где $Ra = \alpha g H^2 A K / v \kappa_{ef}$ – модифицированное число Рэлея для пористой среды; $\mathbf{u} = \eta \mathbf{v}$ – скорость Дарси фильтрации флюида в пористой среде; η – пористость среды; \mathbf{v} – скорость частиц флюида в порах; p – давление; T – температура; α – коэффициент теплового расширения флюида); g – ускорение свободного падения.

Во внешней области примем $Ra = 0$. Соответствующее уравнение для распро-

странения тепла в этой области:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T. \quad (2)$$

Мы принимаем, что нижняя и верхняя границы слоя являются изотермическими:

$$T = 3, z = 0; \quad T = 0, z = 3.$$

На боковых границах принимаются граничные условия для температуры:

$$\begin{aligned} \partial T / \partial x = 0, & \quad x = 0 \text{ и } x = \lambda_{0x}, \\ \partial T / \partial y = 0, & \quad y = 0 \text{ и } y = \lambda_{0y}. \end{aligned}$$

Скорость фильтрации выразим через векторный потенциал скорости ψ :

$$\mathbf{u} = \nabla \times \psi. \quad (3)$$

Тогда уравнение неразрывности (1.3) выполняется автоматически.

Для компонент векторного потенциала скорости ψ на границах внутренней области согласно (Hirasaki, Hellums, 1968) принято:

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} = \psi_y = \psi_z = 0 \quad x = 1, \lambda_{0x} - 1$$

$$\frac{\partial \psi_y}{\partial y} = \psi_x = \psi_z = 0 \quad y = 1, \lambda_{0y} - 1 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \psi_z}{\partial z} = \psi_x = \psi_y = 0 \quad z = 1, 2.$$

Применяя к уравнению (1.1) операцию rot и учитывая граничные условия (4), получаем, что z компонента векторного потенциала ψ_z равна 0 во всей области. Окончательно система уравнений свободной тепловой конвекции во внутренней области в переменных (ψ_x, ψ_y, T) выглядит следующим образом:

$$\nabla^2 \psi_x = -Ra \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (5.1)$$

$$\nabla^2 \psi_y = Ra \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} = \nabla^2 T, \quad (5.3)$$

где компоненты скорости \mathbf{u} выражены через (ψ_x, ψ_y) согласно (3).

Для численного решения уравнений (5.3) и (2) применялся локально однородный подход, позволяющий свести трёхмер-

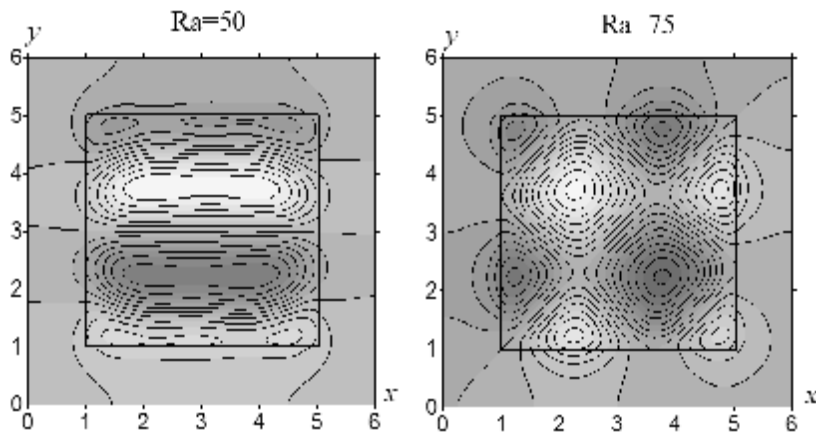


Рис. 1. Изолинии распределения температуры T на середине слоя $z = 1,5$ при значениях модифицированного числа Рэлея $Ra = 50$ и $Ra = 75$. Черным квадратом выделена внутренняя конвективная область

ную задачу к системе одномерных задач (Самарский, 1989).

Для решения уравнений (5.1; 5.2) использовалась схема последовательной верхней релаксации. Пространственный шаг дискретизации составлял $1/20$.

Результаты численного моделирования

Численные исследования краевой задачи (5) и (2) с соответствующими граничными условиями проведено при различных значениях модифицированного числа Рэлея Ra . За начальное распределение температуры принято линейное распределение по вертикальной координате z .

В данной работе приняты следующие аспектные отношения: $\lambda_{0x} = \lambda_{0y} = 6$. Из анализа конвективной устойчивости для бесконечного плоского слоя для идеально теплопроводных горизонтальных границ критическое число Рэлея составляет $Ra_{cr} = 4\pi^2$ (Гершуни, Жуховицкий, 1972). В нашем модельном примере теплопроводность окружающего массива ограничена. Поэтому возмущения температуры, обусловленные влиянием конвекции, проникают в окружающий массив. Согласно работе (Дементьев, Любимов, 2008) это приводит к снижению порога устойчивости.

В данной работе рассмотрены модельные примеры для двух различных значений числа Рэлея $Ra = 50$ и $Ra = 75$. Первое значение соответствует небольшой критичности, второе – достаточно интенсивной конвекции.

На рис. 1 представлены стационарные решения для температуры T на середине слоя $z = 1,5$, восходящие потоки с повы-

шенным значением температуры выделены на рисунках светлым тоном, нисходящие с пониженным значением температуры – тёмным.

Для числа $Ra = 50$ получена валиковая структура конвекции подобная той, которая реализуется в 2D решениях.

Для числа Рэлея $Ra = 75$ наблюдается симметричная конвекция относительно диагонали $(0,6) - (6,0)$ и антисимметричная – относительно диагонали $(0,0) - (6,6)$. Квадратом выделена зона, в которой реализуется свободная тепловая конвекция.

На рис. 2 представлена пространственная структура конвекции для вертикальной составляющей скорости u_z .

На рис. 3 изображены изотермы T и отклонения температуры δT от линейного распределения для вертикального сечения $x = 3$ и числа Рэлея $Ra = 50$.

Как следует из рис. 1 и 3 возмущения температуры, вызванные конвекцией, проникают за пределы внутренней области.

Из рис. 3б видно, что над конвективной зоной формируется область преимущественно с положительным отклонением температуры от линейного распределения, которая характерна при постоянных параметрах среды для чисто диффузионного переноса тепла. Эта область расширяется к поверхности, а тепловой поток уменьшается. Соответственно, под конвективной зоной характерны области преимущественно с пониженными температурами и тепловыми потоками. Также получены изолинии безразмерного теплового потока на верхней поверхности (рис. 4) для различных

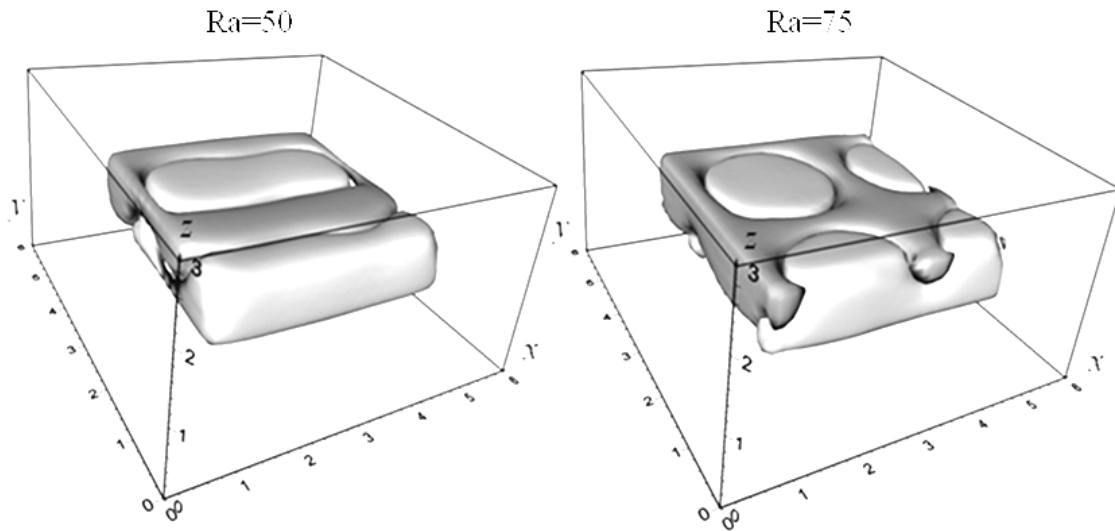


Рис. 2. Изоповерхности распределения вертикальной компоненты скорости u_z при значениях модифицированного числа Рэлея $Ra = 50$ и $Ra = 75$. Светлые области соответствуют восходящим течениям, тёмные – нисходящим

значений числа Рэлея. Видно, что над конвективной зоной характерны области с повышенными тепловыми потоками.

Большим значениям числа Рэлея соответствуют и большие тепловые потоки.

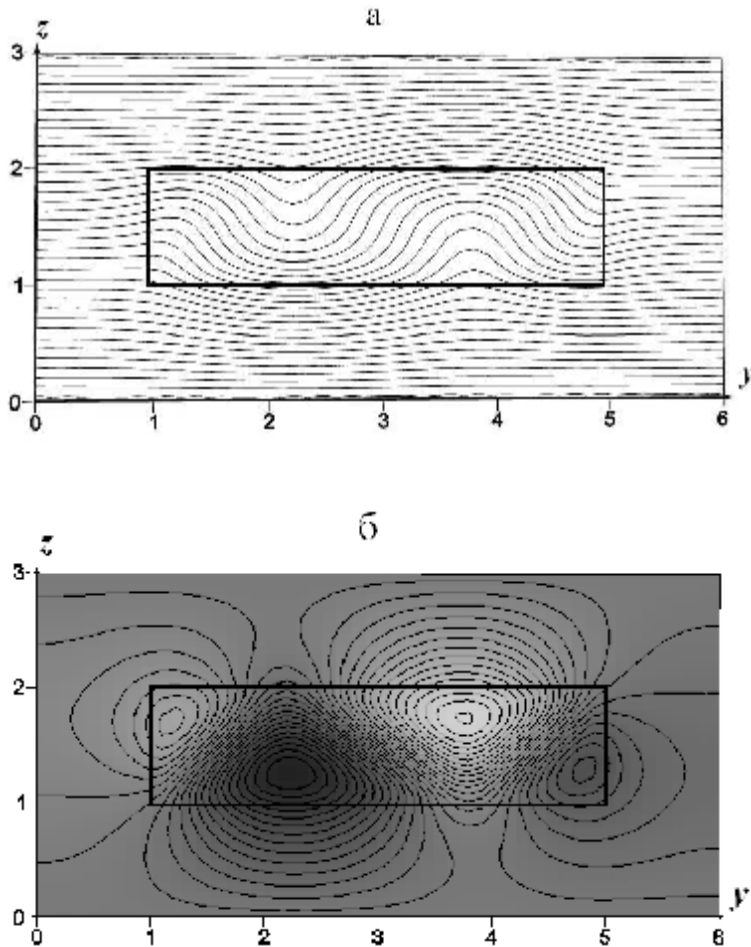


Рис. 3. Изолинии распределения температуры T (а) и отклонений температуры δT от линейного распределения (б) в вертикальном сечении слоя $x = 3$ при значении модифицированного числа Рэлея $Ra = 50$. Черным прямоугольником выделена внутренняя конвективная область. Светлые области на (б) соответствуют повышенным температурам, тёмные – пониженным

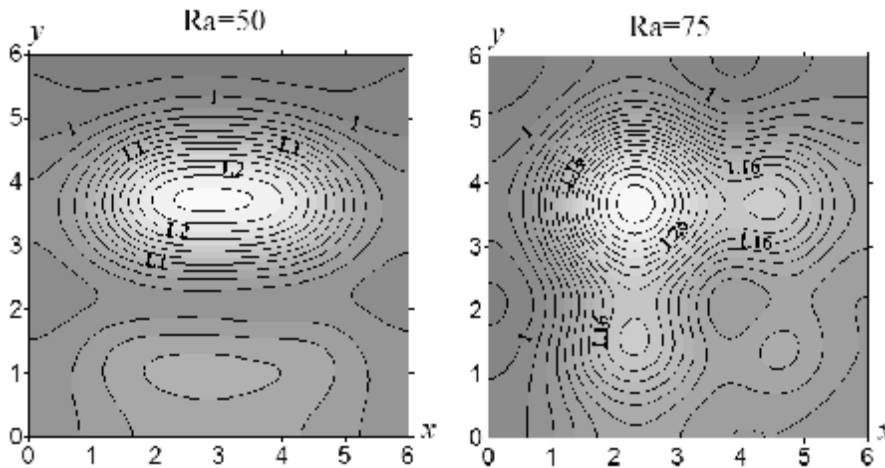


Рис. 4. Изолинии безразмерного распределения теплового потока $q' = q_{con}/q_{dif}$, где q_{con} и q_{dif} , соответственно, тепловой поток с конвекцией и без конвекции. Значения модифицированного числа Рэлея: $Ra = 50$ и $Ra = 75$

Заключение

Полученные результаты численного моделирования подтверждают качественное заключение (Мясников, Иванов, 1984) о возможности возникновения свободной тепловой конвекции в пористых коллекторах. Основными параметрами для этого служат высокая проницаемость осадочных пород и достаточно большие вертикальные размеры областей, в которых реализуется конвекция. Учёт конечных значений температуропроводности и теплопроводности над и под конвективной зоной приводит к снижению порога устойчивости (Дементьев, Любимов, 2008), что является дополнительным фактором в пользу возникновения конвекции.

В зависимости от числа Рэлея, характеризующего интенсивность конвекции, формируются различные пространственные структуры. Численный анализ, рассматриваемой в данной работе 3D модели конвекции, показывает, что полученные распределения градиентов температуры и тепловые потоки подобны наблюдаемым характеристикам в нефтегазоносных залежах и над ними. Поэтому, свободная тепловая конвекция в коллекторах может служить одним из механизмов, объясняющим положительные значения аномалий теплового поля над залежами углеводородов.

Литература

- Гершуни Г.Э., Жуховицкий Г.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
- Дементьев О.Н., Любимов Д.В. Возникновение конвекции в горизонтальном плоском слое пористой среды // Вестник Челябинского государственного университета. 2008. №. 6. С. 130–135.
- Миндубаев М.Г. 3D модели конвекции в пористой среде // Глубинное строение. Геодинамика. Тепловое поле Земли. Интерпретация геофизических полей. Материалы. Екатеринбург, 2011. С. 254–256.
- Мясников В.П., Иванов В.В. Геотермические аномалии пористых коллекторов, заполненных подвижными флюидами // Теоретические и экспериментальные исследования по геотермике морей и океанов. М, 1984. С. 9–17.
- Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 616 с.
- Тараненко Е.И., Безбородов Р.С., Хакимов М.Ю. Тепловой эффект формирования залежей нефти и газа // Геология нефти и газа. 2000. №. 2. С. 56–58.
- Hirasaki G.J., Hellums J.D. A general formulation of the boundary conditions on the vector potential in three dimensional hydrodynamics // Quart. App. Math. 1968. V. 16. N. 3. P. 331–342.