

НОВАЯ МОДИФИКАЦИЯ МОНТАЖНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ

Долгаль А.С., Мичурин А.В. – Учреждение Российской академии наук Горный институт УрО РАН, Пермь

Аннотация. Представлен алгоритм регулируемой направленной раскristаллизации, реализующий конечноэлементный подход к решению обратной задачи гравиметрии (ОЗГ), обладающий широкими возможностями для формализованного учета априорной информации о геометрии источников поля. Эффективность алгоритма подтверждается результатами вычислительных экспериментов.

Обратная задача, гравиразведка, монтажный метод, регулируемая направленная кристаллизация, регулируемая направленная раскristаллизация, априорная информация.

NEW MODIFICATION OF THE MONTAGE APPROACH TO THE SOLUTION OF NONLINEAR INVERSE PROBLEM OF THE GRAVIMETRY

Dolgal A.S., Michurin A.V. – The organization of Russian Academy of sciences Mining Institute UB of RAS, Perm

Abstract. We present the algorithm of controllable directional discrystallization realized the finite-element approach to solution of gravity inverse problem. This algorithm has wide potentialities for formalized account of prior information about field source geometry. The efficiency of the algorithm confirms by results of calculating experiments.

Inverse problem, gravity exploration, montage method, regulated directed crystallization, regulated directed discrystallization, a priory information.

Специфика решения ОЗГ монтажным методом

Среди применяющихся на практике методов решения нелинейной обратной задачи гравиметрии наиболее широкое распространение имеют методы подбора, базирующиеся на итерационной корректировке геометрических параметров «стартовых» петроплотностных моделей геологической среды. Процесс корректировки обычно заканчивается при достижении требуемого значения ε_0 невязки наблюдаемого и модельного полей. Предположим, что речь идет об определении геометрических параметров модели x_1, x_2, \dots, x_m по совокупности дискретных измерений силы тяжести $\Delta g_1, \Delta g_2, \dots, \Delta g_n, n \geq m$. Задача сводится к решению переопределенной системы нелинейных алгебраических уравнений вида:

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_m) = \Delta g_1 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_m) = \Delta g_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_m) = \Delta g_n \end{cases}, \quad (1)$$

где f – оператор решения прямой задачи гравиметрии, с применением которого вычисляется модельное поле Δg^{mod} . Правая часть системы (1) осложнена помехами δg (инструментальными, геологическими и т.п.): $\Delta g_i = \Delta g_i^{mod} + \delta g_i, i = 1, 2, \dots, n$, решение этой системы осуществляется с применением различных регуляризирующих алгоритмов многомерной оптимизации.

Могут использоваться несколько типов ограничений, формализующих априорные сведения о моделируемых объектах. В частности, эти ограничения могут быть представлены в виде закрепления некоторых параметров интерпретационной модели: $x_j = c_j$ или в виде характеристик их области определения: $x_j^H \leq x_j \leq x_j^B, j = 1, 2, \dots, m$ (Гольдшмидт, 1984).

Однако далеко не всегда приближенное равенство левых и правых частей системы уравнений (1) обеспечивает получение геологически-содержательных решений ОЗГ, т.е. интерпретационные построения по результативным параметрам x_1, x_2, \dots, x_m , отвечающие невязке полей

$$\sum_{i=1}^n [\Delta g_i - \Delta g_i^{mod}]^2 \leq \epsilon_0 \text{ могут противоречить}$$

имеющимся представлениям о формах, размерах и пространственных взаимоотношениях геологических тел в изучаемом объеме среды. Учет априорной информации об аномалиеобразующих объектах, в частности – ужесточение требований к диапазонам изменения искомым параметрам модели, зачастую позволяет избежать формирования существенно отличающихся друг от друга ϵ -эквивалентных пространственных распределений масс, не несущих полезной геологической информации. В качестве примера можно привести описанный в работе (Булах, Зейгельман, Корчагин, 1986) метод последовательных приращений модели, использующийся при подборе параметров изолированных источников.

Метод последовательных приращений реализован в 2D-варианте, в качестве аномалиеобразующего объекта в нем используется горизонтальная многоугольная призма, в процессе решения ОЗГ минимизируется среднеквадратическое расхождение наблюдаемого и модельного полей ϵ в точках интерпретационного профиля. На каждой k -й итерации площадь S_{k-1} сечения моделируемого тела изме-

няется на некоторую величину ΔS : $S_k = S_{k-1} + \Delta S$, обеспечивающую выполнение условия $\epsilon_k < \epsilon_{k-1}$. Изменение контура тела происходит за счет перемещения в плоскости XOZ одной его угловой точки $T_j(x_j, z_j)$, которое может происходить вдоль прямой, соединяющей центр тяжести $T_{ц}(x_{ц}, z_{ц})$ с точкой $T_j(x_j, z_j)$, либо вдоль перпендикуляра, опущенного из точки $T_j(x_j, z_j)$ на прямую, соединяющую точки T_{j-1} , T_{j+1} (рис. 1). В зависимости от направления вектора \mathbf{R} , вдоль которого происходит смещение точки $T_j(x_j, z_j)$, выбирается стратегия последовательных положительных приращений модели (начальное приближение вписано в контур искомого тела) или стратегия отрицательных приращений модели (начальное приближение описывает контур искомого тела).

Чертами сходства с первой стратегией решения ОЗГ для изолированного источника обладает регулируемая направленная кристаллизация (РНК), представляющая собой единственную ранее реализованную программно-алгоритмическую реализацию монтажного метода. Этот метод был предложен В.Н. Страховым, М.И. Лапиной, А.В. Овчаренко в середине 70-х годов XX века и получил свое дальнейшее развитие в работах

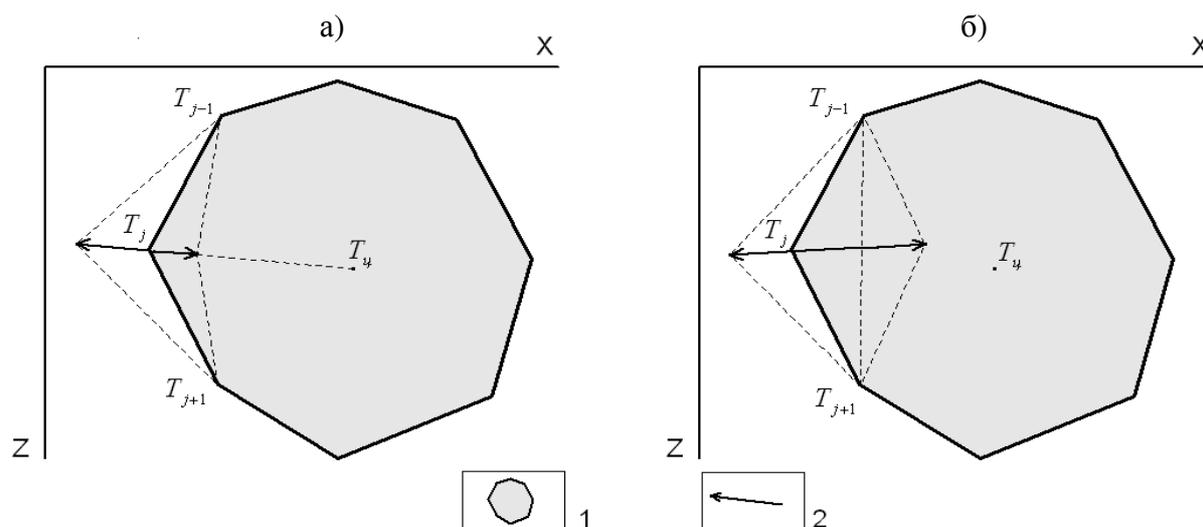


Рис. 1. Перемещение угловой точки моделируемого тела в методе последовательных приращений: по линии $T_j T_{ц}$ (а), по перпендикуляру к линии $T_{j-1} T_{j+1}$ (б); 1 – моделируемое тело; 2 – вектор \mathbf{R} смещения точки; направления \mathbf{R} отвечают различным стратегиям решения ОЗГ

П.И. Балка (Страхов, Лапина, 1976; Овчаренко, 1975; Балк П., Долгаль, Балк Т., 1993).

Сущность монтажного метода составляет неразрывное единство конфигурационного (конечноэлементного) способа описания плотностной среды и специального способа построения приближенного решения в классе таких моделей, не связанного с нелинейными методами оптимизации. Необходимо пояснить, что *регулярным замощением* плоскости называется представление этой плоскости некоторым числом правильных замкнутых многоугольников (элементов замощения) ω_α , плотно прилегающих друг к другу по целой стороне; *конфигурационным распределением масс* называется произвольная совокупность элементов некоторого нормального регулярного замощения $\Omega = \cup \omega_\alpha$, по каждому из которых распределены массы с постоянной плотностью $\sigma \neq 0$ (Гольдшмидт, 1984).

Основные операции в классе конфигурационных распределений масс выполняются с использованием понятий ядра $Y[\Omega]$, оболочки $O[\Omega]$, внутреннего ядра $Y_0[\Omega]$ и границы $G[\Omega]$ конфигурации Ω : $Y[\Omega]$ – суть множество элементов $\omega_\alpha \in \Omega$; $O[\Omega]$ – множество всех элементов $\omega_\alpha \notin Y[\Omega]$, граничащих с элементами ядра $Y[\Omega]$; $Y_0[\Omega]$ – множество элементов $\omega_\alpha \in \Omega$, граничащих только с элементами этого же ядра; $G[\Omega]$ – множество элементов $Y[\Omega]$, не вошедших в $Y_0[\Omega]$ (рис. 2).

В простейшей постановке ОЗГ для изолированного тела Ω^T известной плотности $\sigma^T > 0$ монтажный принцип решения обратной задачи состоит в том, чтобы, отталкиваясь от заданной связной конфигурации Ω^0 , выстроить конечную последовательность $\Omega^0, \Omega^1, \Omega^2 \dots$, имеющую пределом некоторую область Ω^* , поле которой при подобранной $\sigma^* \approx \sigma^T$ плотности, согласуется с измерениями гравитационного поля $\Delta g_k, k = 1, 2, \dots, n$.

В модификации РНК очередное приближение Ω^n образуется путем внесения в ядро $Y[\Omega^n]$ какого-то одного элемента из $O[\Omega^{n-1}]$, обеспечивающего наименьшую среднеквадратическую невязку подбора.

При переходе от конфигурации Ω^{n-1} к конфигурации Ω^n учитываются основные типы априорной информации, которой обычно располагает интерпретатор о местоположении, форме и размерах аномалиеобразующих тел (Балк, П., Долгаль, Балк Т., 1993).

Использование логических операций над индексами α элементов замощения $\omega_\alpha \in G[\Omega]$ позволяет осуществлять эффективный контроль адекватности результата решения ОЗГ имеющимся представлениям об областях, заведомо содержащих источник поля Ω^T и заведомо не содержащих его; о минимально и максимально возможных глубинах залегания кровли и подошвы аномалиеобразующего объекта Ω^T ; об ограничениях на вертикальную H_z и горизонтальную H_x мощности объекта Ω^T ; о степени гладкости поверхности объекта Ω^T и т.д.

Обеспечение условия гладкости в процессе моделирования контролируется по величине максимально допустимого числа элементов замощения ω_α в отдельных фрагментах конфигураций $\Omega^0, \Omega^1, \Omega^2 \dots \Omega^*$.

В самом простом случае построение гладкой геологической границы сводится к требованию безостротковости носителя масс Ω^n , заключающегося в том, что оболочки $O[\omega_\alpha]$ элементов ω_α границы $G[\Omega^n]$ должны содержать хотя бы по одному элементу внутреннего ядра $Y_0[\Omega^n]$ (Балк, 1989).

Особенности новой модификации монтажного метода

Новая модификация монтажного метода – регулируемая направленная раскристаллизация (РНР) – может рассматриваться как конечноэлементный аналог стратегии отрицательных последовательных приращений модели из работы (Булах, Зейгельман, Корчагин, 1986).

Начальное приближение Ω^0 к решению ОЗГ в данном случае заведомо больше источника поля $\Omega^T, \Omega^0 \supset \Omega^T$. В процессе РНР очередное приближение к искомому аномалиеобразующему объекту Ω^n образуется путем удаления из $G[\Omega^{n-1}]$ одного элемента замощения ω_α . С увеличением числа итераций N монотонно возрастает плотность модели

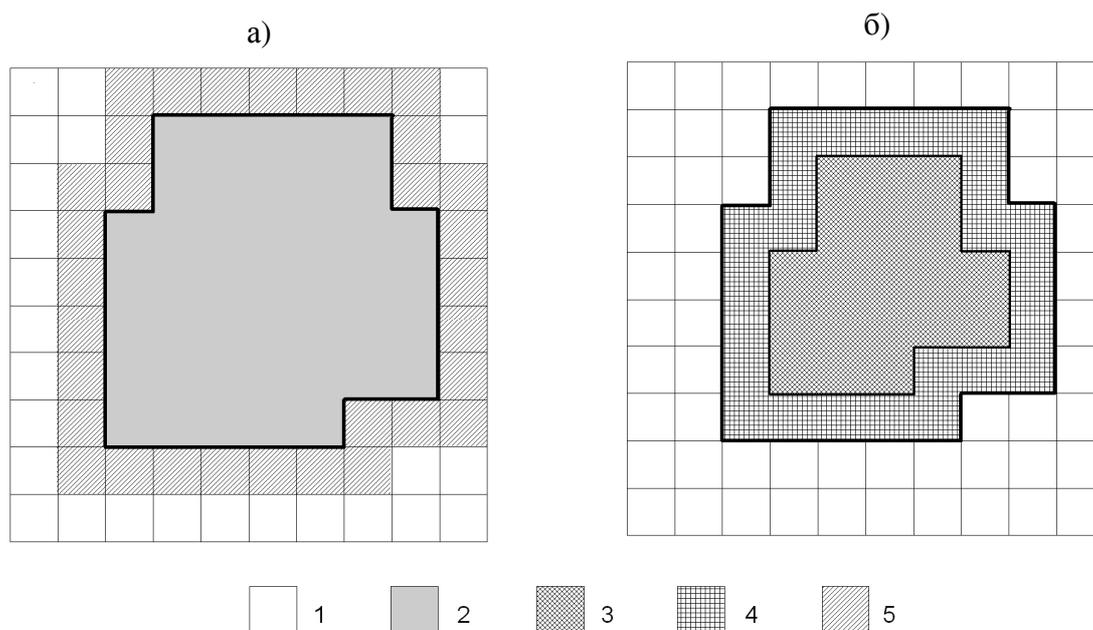


Рис. 2. Графическое представление основных понятий, используемых в монтажном методе: оболочка $O[\Omega]$ и ядро $Я[\Omega]$ (а); граница $\Gamma[\Omega]$ и внутреннее ядро $Я_0[\Omega]$ (б); 1 – отдельный элемент замощения ω_α ; элементы замощения ω_α , принадлежащие: 2 – $Я_0[\Omega]$, 3 – $O[\Omega]$, 4 – $\Gamma[\Omega]$, 5 – $Я[\Omega]$ двухмерной конфигурации Ω

$\sigma < \sigma_2 < \sigma_3 < \dots < \sigma^*$, критерием остановки итерационного процесса является $\sigma_n \approx \sigma^T$, $\sigma^* \approx \sigma_n$.

Алгоритм решения ОЗГ монтажным методом в модификации РНР представлен на рис. 3.

Следует отметить, что нет принципиальных отличий в возможности формализованного учета априорной информации о модулируемых объектах для модификаций

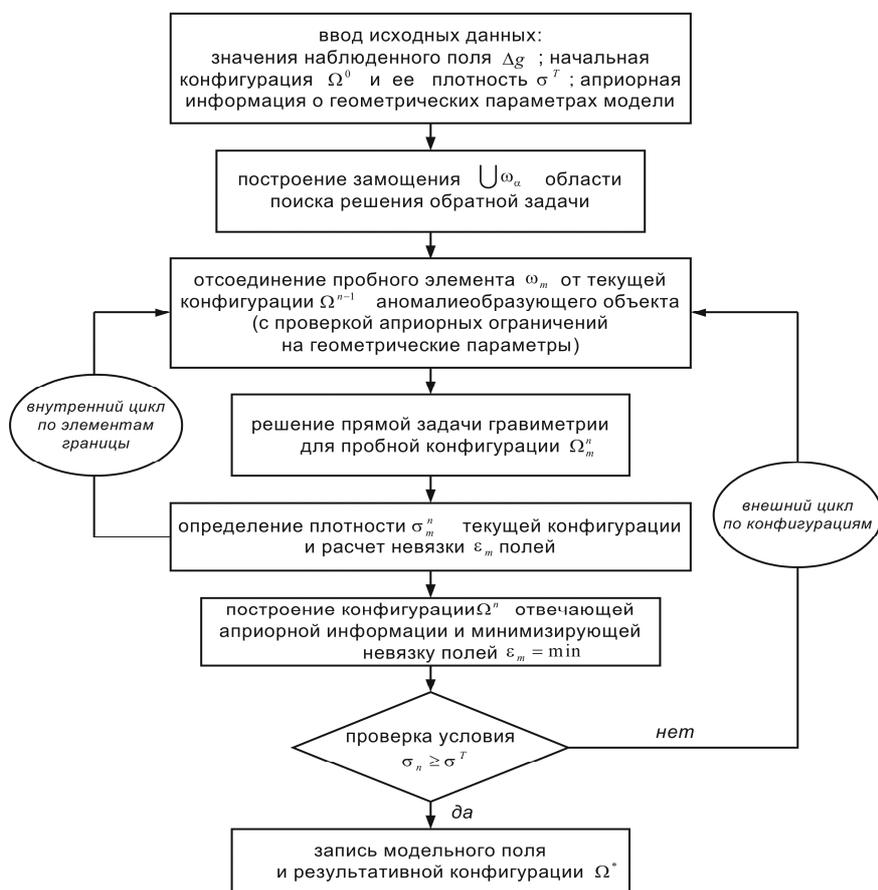


Рис. 3. Блок-схема алгоритма РНР

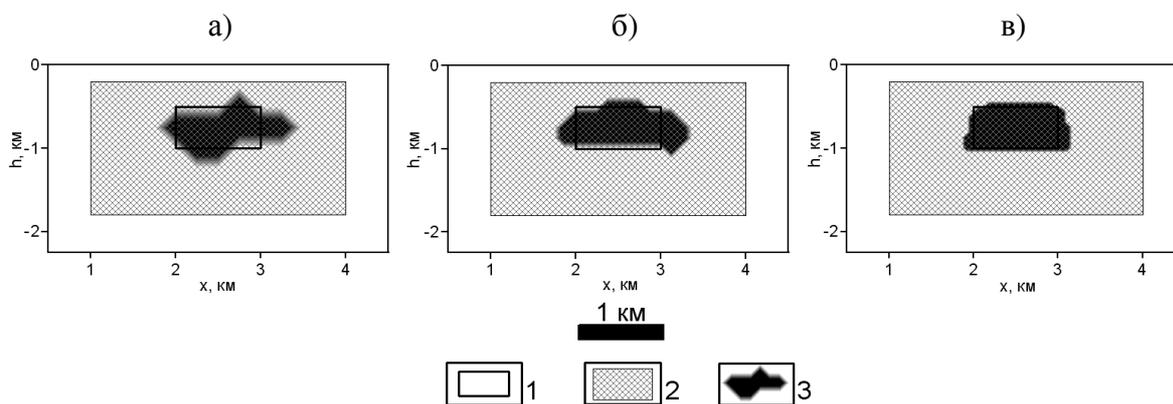


Рис. 4. Результаты применения РНР для решения ОЗГ при различных размерах сторон L элементов замощения ω_α : $L=250$ м (а); $L=125$ м (б); $L=62,5$ м (в); 1 – аномалиеобразующее тело Ω^T ; 2 – начальная конфигурация Ω^0 ; 3 – подобранная конфигурация Ω^* .

Примечание: в качестве «наблюдаемого» поля использовались результаты решения прямой

РНК и РНР, что выгодно отличает их от метода последовательных приращений модели.

Проиллюстрируем работу РНР на модельных примерах. Во всех случаях источником гравитационного поля Δg являлась прямоугольная призма размером $1 \times 0,5$ км, обладающая избыточной плотностью $0,2$ г/см³; поле призмы вычислялось с шагом 250 м в 20 точках профиля, диапазон изменения значений Δg составил $0,15$ – $1,6$ мГал. Начальная конфигурация Ω^0 представляла собой прямоугольник размером $3 \times 1,6$ км, внутри которого находился аномалиеобразующий объект.

Результаты вычислительных экспери-

ментов, представленные на рис. 4, свидетельствуют о высокой устойчивости алгоритма РНР относительно изменений размеров элементов замощения ω_α ; представленные на рис. 5 – о его хорошей помехозащищенности. Следует добавить, что распределение помех $\delta g_i, i=1, 2, \dots, n$ отвечало нормальному закону с нулевым средним значением и среднеквадратическим отклонениями $\pm 0,075, \pm 0,145, \pm 0,29$ мГал, что составляло примерно 5, 10 и 20% от максимальной амплитуды поля Δg (т.е. «низкому», «среднему» и «высокому» уровням помех, соответственно). Показатели качества решения ОЗГ и число итераций N приведены в таблице 1.

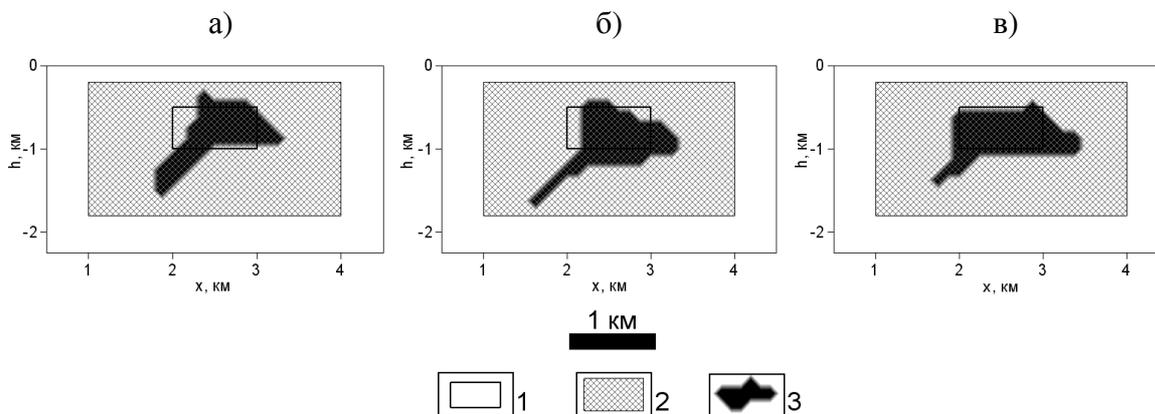


Рис. 5. Результаты применения РНР при решении ОЗГ для прямоугольной призмы при фиксированном размере ($L=125$ м) элемента замощения и низком (а), среднем (б), высоком (в) уровнях помех δg в «наблюдаемом» поле Δg ; 1 – аномалиеобразующее тело Ω^T ; 2 – начальная конфигурация Ω^0 ; 3 – подобранная конфигурация Ω^*

Таблица 1. Характеристики решений ОЗГ для прямоугольной призмы с помощью алгоритма РНР

Решения по точным значениям поля		Решения по полю, осложненному помехой	
Число итераций N	Точность решения, мГал	Число итераций N	Точность решения, мГал
81	$\pm 0,03$	283	$\pm 0,05$
285	$\pm 0,01$	287	$\pm 0,04$
1158	$\pm 0,03$	275	$\pm 0,06$

Обсуждение результатов и выводы

Сравнительный анализ возможностей двух модификаций монтажного метода, РНК и РНР, свидетельствует о следующем:

1. При одинаковых элементах замощения ω_α обе модификации монтажного метода обеспечивают достижение близких значений невязки «наблюденного» и модельного полей при числе итераций N , обратно пропорциональном размеру ω_α .

2. Число итераций N для РНР существенно зависит от размера начальной конфигурации Ω^0 и для разных соотношений площадей фигур Ω^0/Ω^* может быть различным.

3. Дискретный характер преобразования носителя масс при решении ОЗГ влечет за собой отсутствие монотонного убывания для зависимости невязки полей ϵ от числа итераций N как для модификации РНК (рис. 6), так и для модификации РНР; возможно незначительное увеличение ϵ на отдельных этапах процесса при убывающем тренде с числом N .

4. Модификация РНР может иметь определенные технологические преимущества перед модификацией РНК при моделировании эшелонированных по вертикали геоплотностных неоднородностей, локализованных в определенных горизонтах геологического разреза. Приуроченность этих неоднородностей к определенным слоям или структурам определяется уже на начальной стадии, при построении начальных («стартовых») конфигураций Ω^0 .

Представленная в статье программно-алгоритмическая реализация РНР позволяет осуществлять решение двухмерной ОЗГ для одного аномалиеобразующего объекта, т.е. ее практическое применение пока ограничено интерпретацией моногеничных аномалий. В дальнейшем задача может быть усложнена на случай наличия нескольких 2D-источников в геологическом разрезе, а также расширена для моделирования 3D-объектов (Балк, Долгаль, Христенко, 2009).

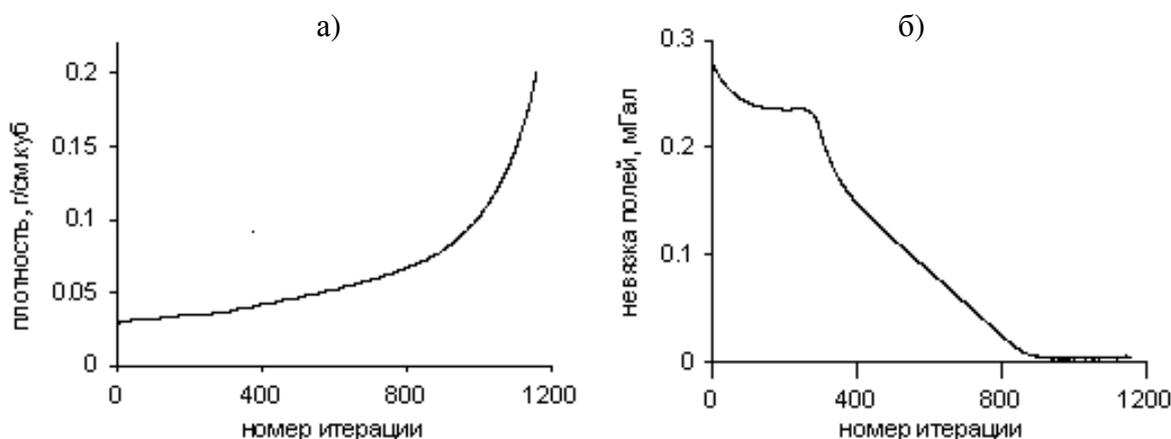


Рис. 6. Характеристики итерационного процесса при решении ОЗГ по точным значениям поля ($L=62,5$ м): изменение плотности подбираемого объекта (а); изменение невязки исходного и модельного полей (б)

Монтажный подход к решению ОЗГ снимает проблему неустойчивости в ее классическом понимании. Конечная разность модели и природные ограничения на ее плотностные и геометрические параметры изначально приводят к компактному множеству возможных решений, а учет определенного объема априорной информации обеспечивает получение геологически-содержательных решений ОЗГ.

Авторы выражают глубокую благодарность доктору физико-математических наук П.И. Балку, идеи которого развиваются в данной статье, за конструктивное обсуждение результатов исследований.

Работа выполнена при поддержке Уральского отделения РАН (по результатам конкурса научных проектов молодых ученых и аспирантов 2010 г.) и РФФИ (грант № 10-05-96023-р_урал_а).

Литература

Гольдшмидт В.И. Оптимизация процесса количественной интерпретации данных гравиразведки. М.: Недра, 1984. 184 с.

Булах Е.Г., Зейгельман М.С., Корчагин И.Н. Автоматизированный подбор гравитационных и магнитных аномалий: программно-алгоритмическое обеспечение и методические рекомендации. Деп. в ВИНТИ 1986, № 8363-В86. 235 с.

Страхов В.Н., Лапина М.И. Монтажный метод решения обратной задачи гравиметрии // ДАН СССР. 1976. Т. 227, № 2. С. 344–347.

Овчаренко А.В. Подбор сечения двухмерного тела по гравитационному полю // Вопросы нефтяной и рудной геофизики. 1975. Вып. 2. С. 71–75.

Балк П.И., Долгаль А.С., Балк Т.В. Сеточные модели плотностной среды и опыт их применения при прослеживании дифференцированных интрузий по данным гравиразведки // Геология и геофизика. 1993. № 5. С. 127–134.

Балк П.И. Использование априорной информации о топологических особенностях источников поля при решении обратной задачи гравиметрии // ДАН СССР. 1989. Т. 309, № 5. С. 1082–1084.